تکالیف شماره ۹ — معین نصری — یازدهم تجربی ۱۲

۱)

$fof(\frac{\pi}{3}) \longrightarrow f(f(\frac{\pi}{3}))$

$f(\frac{\pi}{3}) \longrightarrow \cot\frac{\pi}{6} = \sqrt{3} \longrightarrow f(\sqrt{3}) = \sqrt{(\sqrt{3})^2+1} = \sqrt{4} = 2$

۲) الف)

$f(\frac{1}{x}) = \sqrt{\frac{2x-1}{x^2}} \longrightarrow f(x) = \sqrt{\frac{\frac{2}{x}-1}{\frac{1}{x^2}}} = \sqrt{\frac{\frac{2-x}{x}}{\frac{1}{x^2}}} = \sqrt{2x-x^2} = f(x)$

$f(g(x)) \Rightarrow g(\frac{\pi}{3}) = 2\cos^2\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \longrightarrow f(\frac{1}{2}) = \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ب)

$f(g(\sqrt{2})) \Rightarrow g(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \xrightarrow{\sqrt{2}\simeq 1/4} \frac{1/4}{-\frac{4}{10}} = -\frac{\frac{14}{10}}{\frac{4}{10}} \simeq -3/5$

$f(-3/5) = [-3/5] = -4$

۳)

$g(f(\frac{\pi}{4})) \Rightarrow f(\frac{\pi}{4}) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow g(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

۴)

الف) $fog(x)$: $4 \to 6 \to 5$ ، $2 \to 4 \to 5$ ، $6 \to 8 \to 12$ ، $8 \to 10 \to 12$ $\Rightarrow \{(4,5),(2,5),(6,12),(8,12)\}$

ب) $gof(x)$: $4 \to 5 \to \times$ ، $6 \to 5 \to \times$ ، $8 \to 12 \to \times$ ، $10 \to 12 \to \times$ $\Rightarrow \varnothing$

ج) $fof(x)$: $4 \to 5 \to \times$ ، $6 \to 5 \to \times$ ، $8 \to 12 \to \times$ ، $10 \to 12 \to \times$ $\Rightarrow \varnothing$

د) $gog(x)$: $4 \to 6 \to 8$ ، $2 \to 4 \to 6$ ، $6 \to 8 \to 10$ ، $8 \to 10 \to \times$ $\Rightarrow \{(4,8),(2,6),(6,10)\}$

تکلیف شماره ۹ | معین نصری | یازدهم تجربی

(۵) $(a,b) \to (\varepsilon, \Delta)$

$(\varepsilon,1) \in g \circ f$: $\varepsilon \xrightarrow{f(a)} \Delta \xrightarrow{g(a)} 1$ ، $b=\Delta$

$(\varepsilon,\Upsilon) \in f \circ g$: $\varepsilon \xrightarrow{g(a)} \Upsilon \xrightarrow{f(a)} \Upsilon$ ، $a=\varepsilon$

(۶)

$f(x) = ax+b \to f(f(x)) = a^2x + ab + b = 4x + 3$

$\Rightarrow f(x) = 2x+1$ $\Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$

$\to g \circ f(-1) = g(f(-1)) \Rightarrow f(-1) = -2+1 = -1 \to g(-1) \to 2x+3 = -1$

$2x = -4$

$x = -2$

$\Rightarrow g(f(-2+3)) = g(-1) = -7-2 \Rightarrow (-1)$

☆ می‌توانیم جای a، حتی 2 و b، حتی 3 بگذاریم احاجواب یکی است.

(۷)

$D_{g \circ f} = \{ x \in D_f : f(x) \in D_g \}$ $\to$ $D_{f(x)} = x + |x| \geq 0 \to \checkmark$

$\mathbb{R} \cap (0,+\infty) - \{1\}$. $\Rightarrow D_{f(x)} = \mathbb{R}$

$D_{g(x)} = x^2 - 5x \neq 0 \to x(x-5) \neq 0 \to D_{g(x)} = \mathbb{R} - \{0,5\}$ $\Rightarrow D_{g \circ f} = (0,+\infty) - \{1\}$

$\Rightarrow \sqrt{x+|x|} \neq 0 \to x \neq (0,+\infty)$

$\sqrt{x+|x|} \neq 5 \to x \neq 1$

$\Rightarrow x = (0,+\infty) - \{1\}$

تکلیف شماره ۹ — محسن نصری — یازدهم سیر B

$\sqrt{1-x^2} \geq 0 \to \checkmark \Rightarrow \mathbb{R}$

۸)

$D_f = 1-x^2 \geq 0 \to D_f = [-1,1]$

$D_g = x \geq 0 \to D_g = [0,+\infty)$

(I) D_{gof}
(II) D_{fof}
$\} \xrightarrow{\cap}$ جواب

$D_{gof} = \{x \in D_f : f(x) \in D_g\}$

$[-1,1] \cap \mathbb{R}$

$D_{gof} = [-1,1]$

$D_{fof} = \{x \in D_f : f(x) \in D_f\}$

$[-1,1] \cap \mathbb{R}$

$D_{fof} = [-1,1]$

$-1 \leq \sqrt{1-x^2} \leq 1 \to \sqrt{1-x^2} \leq 1$

$1-x^2 \leq 1$

$-x^2 \leq 0 \to x^2 \geq 0$ ✓

$\Rightarrow \text{I} \cap \text{II} = [-1,1]$

تکلیف شماره ۹ — معین نصری — یازدهم سیر ۱۳

۹)

الف) $f\left(\frac{3x+1}{x-2}\right) = 4x+5$ → $\frac{3x+1}{x-2} = t$ → $x = \frac{2t+1}{t-3}$

$\Rightarrow f(t) = \frac{8t+4}{t-3} + 5 \rightarrow \frac{8t+4+5t-15}{t-3} = \frac{13t-11}{t-3}$

$\Rightarrow f(x) = \frac{13x-11}{x-3}$

ب) $f\left(x+\frac{1}{x}\right) = x^3 + \frac{1}{x^3}$

$x+\frac{1}{x} = t \rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x + \frac{3}{x}$

$\rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x+\frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = t^3 - 3t$

$\Rightarrow f(t) = t^3 - 3t$

$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x$

۱۰)

$\Rightarrow f(x) = x\sqrt{x}$ → $x\sqrt{x} = 2\sqrt{2} \rightarrow x=2$ ، $x\sqrt{x} = 1 \rightarrow x=1$

ریشه‌های $g(x)$ < 1 ، $2\sqrt{2}$

$x \xrightarrow{f(x)} 1 \xrightarrow{g(x)} 0$

$x' \xrightarrow{f(x)} 2\sqrt{2} \xrightarrow{g(x)} 0$

اگر به تابع $g\circ f(x)$ ، ۱ یا $2\sqrt{2}$ بدهیم ⇒ تابع صفر می‌شود

⇓

$2-1 = 1$