۱۷٫۷۵

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۹ ..... کلاس ..... B .....

۱ (۲)

$f\circ f(x)=f(f(x)) \Rightarrow f\circ f\left(\frac{\pi}{12}\right)=f\left(f\left(\frac{\pi}{12}\right)\right) \Rightarrow$

$f\left(\frac{\pi}{12}\right)=\cot\frac{\pi}{6}=\cot\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$

$\Rightarrow f(\sqrt{3})=\sqrt{3+1}=2$ ✓

۲ (۲)

$\sqrt{\frac{2x-1}{x^2}}=f\left(\frac{1}{x}\right)=\sqrt{\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}} \Rightarrow f(x)=\sqrt{2x-x^2}$

الف)

$f\circ g\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ✓

ب)

$g(\sqrt{2})=\frac{\sqrt{2}}{-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}+2}{-1}=-\sqrt{2}-2$ ✓

$f(-2-\sqrt{2})=[-2-\sqrt{2}]$

$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$

$1<\sqrt{2}<2 \Rightarrow -3<-\sqrt{2}<-2$

$-2+[-\sqrt{2}]=-2-2=-4$ ✓

۳ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}=f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ $\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$ ✓

$g\left(f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)=g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

۴ (۲)

الف) $f\circ g(x)=\{(4,3),(2,5),(6,12),(8,12)\}$ ✓

ب) $g\circ f(x)=\{\}$ ✓

ج) $f\circ f(x)=\{\}$ ✓

د) $g\circ g(x)=\{(4,4),(2,2),(6,6)\}$ ✓

۵ (۳)

$f\circ g(1)=2 \Rightarrow f(g(1))=2 \Rightarrow g(1)=3$

$\Rightarrow a=4$ ✓

$g\circ f(4)=1$

$\Rightarrow g(f(4))=g(b) \Rightarrow f(4)=b \Rightarrow b=4$ ✓

$(a,b)=(4,4)$ ✓

$f(f(x)) = a(ax+b)+b = ۴x+۳ \Rightarrow a^۲x + ab + b = ۴x+۳$ (۱)

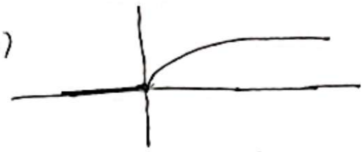
$\Rightarrow a = +۲ \rightarrow b = ۱$ ✓ ; $a=-۲ \rightarrow b = -۳ \Rightarrow f(x) = ۲x+۱$ یا $-۲x-۳$ → $f(-1) = -1$ ۶

همینی اشتباه کردی!

$\Rightarrow f(-1) = ۰$ یا -۵ ; $۲x+۳=۰ \Rightarrow x = -\frac{۳}{۲}$; $۲x+۳=-۵ \Rightarrow x=-۴$; $۲x+۴ = -1 \rightarrow x = -۲$

$\Rightarrow g \circ f(-1) = \frac{-۱۳}{۲}$ یا -۱۴ ; $g(-1) = -۸$

$D_f = \mathbb{R}$ ✓ $f(x)$ (۱٫۷۵)



$R_f = [۰, +\infty)$

$\Rightarrow \sqrt{x+|x|} \neq ۰, ۴$ ✓

$\Rightarrow x > ۰$ ✓ ۷

$g(x) = \frac{1}{x^۲-۴x} \Rightarrow + \underset{۰}{|} - \underset{۴}{|} +$

$\Rightarrow x \neq ۸$ دقت!

$\Rightarrow D_{g \circ f} = (۰, +\infty) - \{۸\}$

$f(x) = \sqrt{1-x^۲} \Rightarrow -1 \quad 1 \quad D_f = [-1, 1]$ ✓ (۱)

$\Rightarrow R_f = [۰, 1]$; $g(x) = \sqrt{x} \Rightarrow x \in [۰, +\infty)$ ✓ (۱)

$(f+g) \circ f \Rightarrow (f+g)([۰,1]) \rightarrow D_{(f+g)\circ f}$ جواب → $[-1, 1]$ ۸

$= [۰, 1]$; $D_f \cap D_g \cap R_f = [۰, 1]$; $D_{f+g} = [۰, 1]$ (۲)

$D = \{x \in D_f , f(x) \in D_{f+g}\}$; $۰ \le f(x) \le 1$ → همواره برقرار

الف) $\frac{۳x+1}{x} = p \Rightarrow \frac{۳p+1}{p-۳} = x \Rightarrow f(x) = ۴\left(\frac{1+۳x}{x-۳}\right) + ۵$ ✓ (۲)

= [scribbled out] ۹

ب) $f\left(x+\frac{1}{x}\right) = x^۳ + \frac{1}{x^۳} \Rightarrow \left(x+\frac{1}{x}\right)^۳$

$= x^۳ + \frac{1}{x^۳} + ۳\left(\frac{1}{x} + x\right) \Rightarrow \boxed{f(x) = x^۳ - ۳x}$ ✓

$g \circ f(x) = g(f(x))$; $g(x) = ۰ \Rightarrow x = ۲\sqrt{۲} , 1$; $f(x) = ۲\sqrt{۲}, 1$ (۲) ۱۰

$x\sqrt{x} = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow x^{\frac{۳}{۲}} = ۲^{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow (x = ۲)$ ✓ ; $۲-1 = (1)$ ✓

$x\sqrt{x} = 1 \Rightarrow x^{\frac{۳}{۲}} = 1^{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow (x = 1)$ ✓