بنیامین نوروزی - یازدهم پسر B - تکلیف شمارهٔ ۸

۲۰ عالی نوشتی

(۱) ۲

$D_f=[-1,1]$, $D_g=\{-1,0,1,2\}$ $\xrightarrow{\cap} \{-1,0,1\}$

$g(-1)=1$, $f(-1)=0 \to 2g-3f=2$

$g(0)=4$, $f(0)=1 \to \quad = 5$

$g(1)=2$, $f(1)=0 \to \quad = 4$

$\Rightarrow 2g-3f=\{(-1,2),(0,5),(1,4)\} \Rightarrow$ مجموع اعضای برد تابع $=5+2+4=11$

(۲) ۲

$f \to R_f=[2(3)-1,+\infty)=[5,+\infty)\ /\ g\to R_g=(-\infty,\frac{1}{3}(3)+3]=(-\infty,4]\ /\ R_f\cup R_g=\mathbb{R}-(4,5)$

(۳) ۲

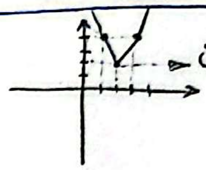
$-\frac{1}{2}x^2+x+3>\frac{3}{2} \to -x^2+2x+\cancel{\frac{6}{3}}-3>0$; $\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{-2}$; $3\to b$, $-1\to a$; $\sqrt{3-(-1)}=\sqrt{4}=2$

(۴) ۲

$y=|x-1|+|x-3|+|2x-4| \Rightarrow$

x		1		2		3	
	$-4x+8$		$-2x+6$		$2x-2$		$4x-8$
		4		2		4	

$\Rightarrow$



کمترین مقدار ممکن $=2$

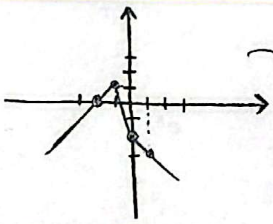
$1,0 \to x-1-x+3-2x+4=-2x+6$ | $0 \to -x+1-x+3-2x+4=-4x+8 \to 8$

$2,0 \to x-1-x+3+2x-4=2x-2$ | $4 \to 4x-8 \to 8$

(۵) ۲

از آنجایی که دامنه ندارد پس عدد می‌دهیم:

x	-2	-1	0	1
y	0	1	-2	-3



$\to R_f=(-\infty,1]$

(۶) ۲

$yx+y=x^2+5x+m \Rightarrow x^2+(5-y)x+(m-y)=0 \to \Delta\geq 0 \Rightarrow (5-y)^2-4(m-y)\geq 0$

$\to y^2-10y+25+4y-4m=y^2-6y+25-4m\geq 0 \to \frac{6\pm\sqrt{36-4(25-4m)}}{2} \Rightarrow \Delta\leq 0$ (همواره ⊕ باشه) $\Rightarrow 36-100+16m\leq 0$; -64

$\to 16(-4+m)\leq 0 \to \boxed{m\leq 4} \xrightarrow{\text{طبیعی}} \{1,2,3,4\}$

از آنجایی که ساده کردن دامنه را تغییر می‌دهد و در نتیجه برد هم تغییر می‌کند پس باید حواسمان باشد m باعث نشود $x+1$ مخرج ساده شود ← با گذاشتن $m=4$ مخرج خط می‌خورد پس جواب $=\{1,2,3\}$

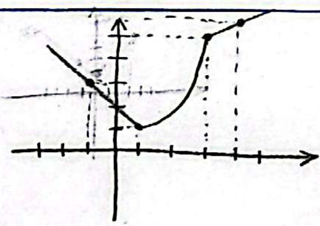
(۷) ۲

$x=3 \to y=5$

$x=-1 \to y=3$

مینیمم دار $\Rightarrow x^2-2x+2 \Rightarrow \frac{-b}{2a}=\frac{2}{2}=1$

$\xrightarrow{x=1} y=1$



$x=4 \Rightarrow y=6$

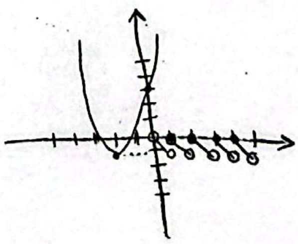
$\Rightarrow R_f=[1,+\infty)$

(۸) ۲

$x^2+4x+3 \xrightarrow{\text{مینیمم دار}} \frac{-b}{2a}=\frac{-4}{2}=-2 \xrightarrow{x=-2} y=-1$

$\xrightarrow{x=0} y=3$

$[2x]-2x \xrightarrow{[t]-t} R=(-1,0]$



$\Rightarrow R_f=[-1,+\infty)$

۲ ۹

$$۲x+۳ \geq ۰ \Rightarrow x \geq \frac{-۳}{۲} \Rightarrow \boxed{b = \frac{-۳}{۲}} \Rightarrow D_f = \left[\frac{-۳}{۲} , +\infty\right)$$

$R_f \rightarrow$ بیشترین مقدار $\left(-\sqrt{۲x+۳}\right) =$ کمترین مقدار $\left(\sqrt{۲x+۳}\right) = ۰ \rightarrow R_f = (-\infty , a+۱] \Rightarrow a+۱ = ۵ \Rightarrow \boxed{a = ۴}$

$$\Rightarrow ab = -۶$$

---

۲ ۱۰

$$D_f \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+۱ \geq ۰ \rightarrow x \geq -۱ \\ ۱-x \geq ۰ \rightarrow x \leq ۱ \end{array}\right\} = [-۱ , ۱] = D_g \Big/ D_g = ۳\sqrt{۲+۲\sqrt{۱-x^۲}} - ۲\sqrt{x+۱} - ۴\sqrt{۱-x}$$

$$\frac{f(x)}{۶} - \frac{g(x)}{۳} = \frac{۲\sqrt{x+۱}+۴\sqrt{۱-x}}{۶} - \frac{۳\sqrt{۲+۲\sqrt{۱-x^۲}} - ۲\sqrt{x+۱} - ۴\sqrt{۱-x}}{۳} = \frac{\sqrt{x+۱}}{۳} + \frac{۲\sqrt{۱-x}}{۳} - \frac{۳\sqrt{۲+۲\sqrt{۱-x^۲}}}{۳} + \frac{۲\sqrt{x+۱}}{۳}$$

$$+ \frac{۴\sqrt{۱-x}}{۳} = \frac{۶\sqrt{۱-x}}{۳} + \frac{۳\sqrt{x+۱}}{۳} - \frac{۳\sqrt{۲+۲\sqrt{۱-x^۲}}}{۳} = ۲\sqrt{۱-x} + \sqrt{x+۱} - \underbrace{\sqrt{۲+۲\sqrt{۱-x^۲}}}_{\sqrt{(\sqrt{x+۱}+\sqrt{۱-x})^۲}} = ۲\sqrt{۱-x}+\sqrt{x+۱} - \underbrace{\left|\sqrt{x+۱}+\sqrt{۱-x}\right|}_{\text{همواره } \oplus}$$

$$= ۲\sqrt{۱-x}+\sqrt{x+۱} - \sqrt{x+۱} - \sqrt{۱-x} = \boxed{\sqrt{۱-x}} \rightarrow D = [-۱ , ۱]$$

$$۱ \geq x \rightarrow R = [\sqrt{۲} , ۰] = [۰ , \sqrt{۲}]$$