

۱۹,۲۵

به نام خدا

ونداد حاجی بابایی - یازدهم پسر B - تکلیف شماره ۱ - توابع و خواص آنها

پس فقط آن مقادیر  $x$  از  $g$  معتبرند  $-1 \leq x \leq 1$  که در بازه  $[-1, 1]$  باشند.

$$f(-1) = \sqrt{1 - (-1)^2} = \sqrt{0} = 0 \quad g(-1) = 1, \quad g(0) = 4, \quad g(1) = 2$$

$$f(0) = 1 \quad f(1) = 0$$

۱,۷۵

①

$$\Rightarrow 2g - 3f \xrightarrow{x=-1} 2(1) - 3(0) = 2 \quad x=0 \rightarrow 2(4) - 3(1) = 5$$

$$x=1 \rightarrow 2(2) - 3(0) = 4$$

مقادیر ممکن برای  $2g - 3f$  عبارتند از  $\{2, 4, 5\}$  در نتیجه برد  $2g - 3f$  برابر  $\{2, 4, 5\}$  می شود

دقت!

$$\Rightarrow R_{\text{برد}} = \{2, 4, 5\} \checkmark$$

Arman

+

||

$$f(x) = |x| - 1 \quad D_f = [3, +\infty)$$

$$g(x) = \frac{1}{x}x + 3 \quad D_g = (-\infty, 3]$$

(۲)

(۲)

ابتدا برد هر کدام از توابع را بدست می آوریم:

$$f(3) = 0 \quad \text{چون } x \text{ به سمت } +\infty \text{ می رود در نتیجه } y \text{ به } +\infty \text{ می رود؛ داریم:}$$

$$R_f = [0, +\infty)$$

$$g(x) = \frac{1}{x}x + 3 \xrightarrow{x=3} g(3) = 4 \quad \text{برای } g \text{ بیشینه در } x=3 \text{ است}$$

$$R_g = (-\infty, 4]$$

چون  $x$  به سمت  $-\infty$  می رود در نتیجه  $y$  به  $-\infty$  می رود؛ داریم:

$$R_f \cup R_g = (-\infty, 4] \cup [0, +\infty) \Rightarrow \text{جواب نهایی: } (-\infty, 4] \cup [0, +\infty) \checkmark$$

$$y = \frac{-x^2}{x} + x + 3 \Rightarrow \frac{-x^2}{x} + x + 3 > \frac{3}{x} \Rightarrow \frac{-x^2}{x} + x + \frac{3}{x} > 0 \quad (۲)$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Rightarrow \frac{-1}{+1} \frac{3}{-1} \rightarrow -1 < x < 3 \quad \text{یا} \quad x \in (-1, 3) \Rightarrow \begin{cases} b=3 \\ a=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{b-a} = \sqrt{3-(-1)} = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow \boxed{\sqrt{b-a}_{\max} = 2} \checkmark \quad (۳)$$

$$y = |x-1| + |x-3| + |2x-4| \Rightarrow y = |x-1| + |x-3| + 2|x-2|$$

$$x \geq 3 \rightarrow y = 4x - 1 \xrightarrow{x=3} y = 11 \quad (۲) \quad (۴)$$

$$2 \leq x \leq 3 \rightarrow y = 2x - 2 \xrightarrow{x=2} y = 2$$

در نتیجه کمترین مقدار در  $x=2$  است و برابر است با (۲)

$$1 \leq x \leq 2 \rightarrow y = 4 - 2x \xrightarrow{x=1} y = 2$$

$$x < 1 \rightarrow y = 1 - 4x \xrightarrow{x=1} y = -3$$

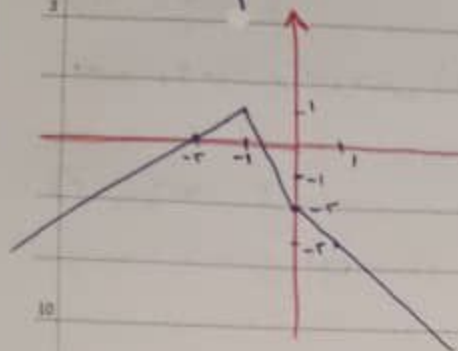
$$\Rightarrow \boxed{y_{\min} = 2} \checkmark$$



$$y = |x| - 2|x+1|$$

$$\rightarrow y = \begin{cases} x - 2x - 2 & x > 0 \\ -x - 2x - 2 & -1 \leq x \leq 0 \\ -x + 2x + 2 & x < -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x - 2 & x \geq 0 \\ -3x - 2 & -1 \leq x \leq 0 \\ x + 2 & x \leq -1 \end{cases}$$

(2) (5)



برد تابع :  $R_f = (-\infty, 1]$  از روی شکل نتیجه می گیریم ✓

$$y = \frac{x^2 + 5x + m}{x+1} \quad (m \in \mathbb{N}) \Rightarrow xy + y = x^2 + 5x + m \Rightarrow x^2 + (5-y)x + (m-y) = 0$$

برای اینکه برای هر  $y \in \mathbb{R}$  جواب داشته باشیم، این معادله درجه دو باید برای هر  $y$  ریشه حقیق داشته باشد.

$$\Delta = (5-y)^2 - 4(m-y) \geq 0 \Rightarrow y^2 - 10y + 25 - 4m + 4y \geq 0$$

(1, 5)

این یک سهمی روبه بالا است پس کمترین مقدارش (min)  $y^2 - 4y + (25 - 4m) \geq 0$  در  $y = \frac{4}{2} = 2$  است.

$$\Delta_{\min} = (2)^2 - 4(2) + (25 - 4m) \geq 0 \Rightarrow -9 + 25 - 4m \geq 0$$

نه  $m = 4$  باشد 3 از بد حذف می شود  
دسته 11 نیست پس  $m = \{1, 2, 3\}$

$$\Rightarrow 16 - 4m \geq 0 \Rightarrow m \leq 4$$

برای همه  $m = 1, 2, 3, 4$  (اعداد طبیعی کوچکتر یا مساوی 4) پس به ازای  $k$  عدد طبیعی  $m$  برد تابع برابر  $\mathbb{R}$  است.

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & ; x \geq 3 \quad (1) \\ x^2 - 2x + 2 & ; 0 \leq x < 3 \quad (2) \\ |x| + 2 & ; x < 0 \quad (3) \end{cases}$$

$$(1) \text{ در } x \geq 3 \text{ تابع به صورت } x+2 \text{ است؛ برای } x=3 \text{ مقدار } 5 \text{ و برای } x \rightarrow +\infty \text{ مقدار } +\infty \text{ پس مقادیر } [3, +\infty)$$

$$(2) \text{ مقدار } 5 \text{ من شود اما } x=3 \text{ شامل این بخش نیست، پس مقادیر این بخش: } [0, 5)$$

$$(3) \text{ وقتی } x \rightarrow 0 \text{ مقدار نزدیک 2 من شود (اما 2 گرفته من شود چون } x=0 \text{ در این بخش نیست) و وقتی } x \rightarrow -\infty \text{ مقدار } +\infty \text{؛ پس مقادیر این بخش: } (-\infty, 2)$$

$$R_f = [1, +\infty)$$

$$(2, +\infty) \quad (1, 5) \quad (3, +\infty)$$

Arman

$$\text{اتحاد تمام بازه ها} \Rightarrow (1, 5) \cup (2, +\infty) \cup (3, +\infty) = R_f \Rightarrow [1, +\infty) = R_f$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & ; x \leq 0 \quad (1) \\ [2x] - 2x & ; x > 0 \quad (2) \end{cases}$$

(2)



$$x^2 + 4x + 3 \rightarrow \text{بردار} = \left( y_{\min}, +\infty \right) \Rightarrow [-1, +\infty) \quad ; x \leq 0 \quad (1)$$

پس بازه مقادیر این بخش  $[-1, +\infty)$  است.

$$[2x] - 2x \xrightarrow{2x=t} [t] - t \Rightarrow -1 < [t] - t \leq 0 \quad ; x > 0 \quad (2)$$

پس بازه مقادیر این بخش  $(-1, 0]$  است.

$$\Rightarrow (1) \cup (2) = R_f \Rightarrow [-1, +\infty) \cup (-1, 0] = [-1, +\infty) = R_f$$

$$\boxed{R_f = [-1, +\infty)} \quad \checkmark$$

$$y = x + 1 - \sqrt{2x + 3} \quad D_f = [b, +\infty) \quad R_f = (-\infty, a] \quad (2)$$

$$\text{دامنه} \rightarrow \text{شرط زیر رادیکال} \rightarrow 2x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{b = -\frac{3}{2}} \quad \checkmark$$

$$y = x + 1 - \sqrt{0} = x + 1 \quad \text{پیدا کردن بردار: وقتی } x = -\frac{3}{2} \text{ (ابتدای دامنه):}$$

$$\text{وقتی } x \rightarrow +\infty \text{ : } \sqrt{2x+3} \rightarrow \infty \text{ و در نتیجه } y \rightarrow -\infty$$

$$\Rightarrow x + 1 = a \Rightarrow \boxed{a = 4} \quad \checkmark$$

پس بردار برابر با  $(-\infty, 4]$  است.

$$a = 4, b = -\frac{3}{2} \Rightarrow ab = (4)\left(-\frac{3}{2}\right) = -6 \Rightarrow \boxed{ab = -6} \quad \checkmark$$

$$f(x) + g(x) = 3\sqrt{2 + 2\sqrt{1-x^2}} \Rightarrow 3\sqrt{2 + 2\sqrt{1-x^2} \cdot \sqrt{x+1}} \Rightarrow 3\sqrt{(\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x^2})^2}$$

$$\Rightarrow f(x) + g(x) = 3\sqrt{x+1} + 3\sqrt{1-x^2} \quad ; \quad f(x) = 2\sqrt{x+1} + 4\sqrt{1-x^2}$$

$$g(x) = (3\sqrt{x+1} + 3\sqrt{1-x^2}) - (2\sqrt{x+1} + 4\sqrt{1-x^2}) = \sqrt{x+1} - \sqrt{1-x^2} \quad (2)$$

$$y = \frac{f(x)}{4} - \frac{g(x)}{3} \Rightarrow \frac{x\sqrt{x+1} + \frac{4}{3}\sqrt{1-x^2}}{3 \cdot 4} - \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x^2}}{3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{\cancel{\sqrt{x+1}} + 2\sqrt{1-x} - \cancel{\sqrt{x+1}} + \sqrt{1-x}}{2} = \frac{3\sqrt{1-x}}{2} = \sqrt{1-x} \quad \checkmark$$

دامنه اشتراکی از رادیکال ها:  $-1 \leq x \leq 1$  ←  
 $D_f = D_g = [-1, 1]$

برای برد  $(-1 \leq x \leq 1)$ :  $\sqrt{1-x}$  مقدارهای  $\sqrt{2}$  و  $0$  را من کید در نتیجه:  $R = [0, \sqrt{2}]$   
 برد

$$y = \sqrt{1-x} \quad , \quad D = [-1, 1] \quad , \quad R = [0, \sqrt{2}] \quad \checkmark$$