

19, 25

به نام خدا

Subject:

Year: Month: Day:

و نادر حاجی بابائی - یازدهم، پسر - تکلیف شماره 4

page: ()

$$\text{الف) } y = x^3 - 3x^2 + 3x \Rightarrow y = (x-1)^3 + 1 \Rightarrow (x-1)^3 = y-1$$

$$\Rightarrow x-1 = \sqrt[3]{y-1} \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} + 1 \Rightarrow R_f = \mathbb{R} \quad \checkmark$$

(1/5)

(1)

$$\text{ب) } y = \frac{1}{x^2 - 2x} \Rightarrow yx^2 - 2yx = 1 \Rightarrow yx^2 - 2yx - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 + 4y}}{2y} \Rightarrow \Delta \geq 0 \Rightarrow 4y^2 + 4y \geq 0 \Rightarrow 4y(y+1) \geq 0$$

(2) $y \neq 0$

$$\Rightarrow \frac{-}{+} \frac{+}{-} \frac{-}{+} \Rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$$

$$\text{الف) } y = x^2 - 4x + 1 \xrightarrow{\alpha > 0} \begin{cases} x_{\min} = \frac{2}{2} = 1 \\ y_{\min} = 1 \end{cases} \rightarrow R_f = [1, +\infty) \quad \checkmark$$

(2)

$$\text{ب) } y = -x^2 + 4x + 2 \xrightarrow{\alpha < 0} \begin{cases} x_{\max} = \frac{2}{-1} = -2 \\ y_{\max} = 12 \end{cases} \rightarrow R_f = (-\infty, 12] \quad \checkmark$$

(3)

$$\text{ج) } y = \sqrt{x^2 - 4x + 5} \xrightarrow{\alpha > 0} \begin{cases} x_{\min} = \frac{2}{1} = 2 \\ y_{\min} = -1 \end{cases} \rightarrow R_f = \sqrt{[-1, +\infty)} = [0, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\text{د) } y = \sqrt{4x - x^2} \xrightarrow{\alpha < 0} \begin{cases} x_{\max} = \frac{2}{-1} = -2 \\ y_{\max} = 9 \end{cases} \rightarrow R_f = \sqrt{[-\infty, 9]} = [0, 3] \quad \checkmark$$

* در تمام توابع چند جمله ای از مرتبه ی فرد (که بیشترین توان آن فرد است) برابر R_f می باشد.

(2)

$$\text{الف) } y = x^3 - 5x^2 + 2x + 1 \rightarrow R_f = \mathbb{R} \quad \checkmark$$

$$\text{ب) } y = x^5 - 4x^4 + 3x^3 + 2 \rightarrow R_f = \mathbb{R} \quad \checkmark$$

چون مربع هر عدد حقیقی نامنفی است
در نتیجه $y \geq 0$ نامنفی است
از این رو برد تابع: $[0, +\infty)$

$$\text{ج) } y = \sqrt{x^4 - 4x^2 + 5} \rightarrow R_f = \sqrt{\mathbb{R}} = [0, +\infty) \quad \checkmark$$

(3)

$$\text{د) } y = (x^6 - 4x^3 + 3x + 1)^2 \rightarrow R_f = [0, +\infty) \quad \checkmark$$

الف) $y = \frac{2x+1}{x-2} \Rightarrow R_f = IR - \{2\}$ ✓

برای یافتن برد توابع همگرافیک میتوان گفت $R_f = IR - \{\frac{a}{c}\}$

ب) $y = \frac{2x+1}{x+1} \Rightarrow R_f = IR - \{2\}$ ✓

الف) $y = \sqrt{\frac{2x+1}{x+1}} \Rightarrow R_f = \sqrt{IR - \{2\}} = [0, +\infty) - \{\sqrt{2}\}$ ✓

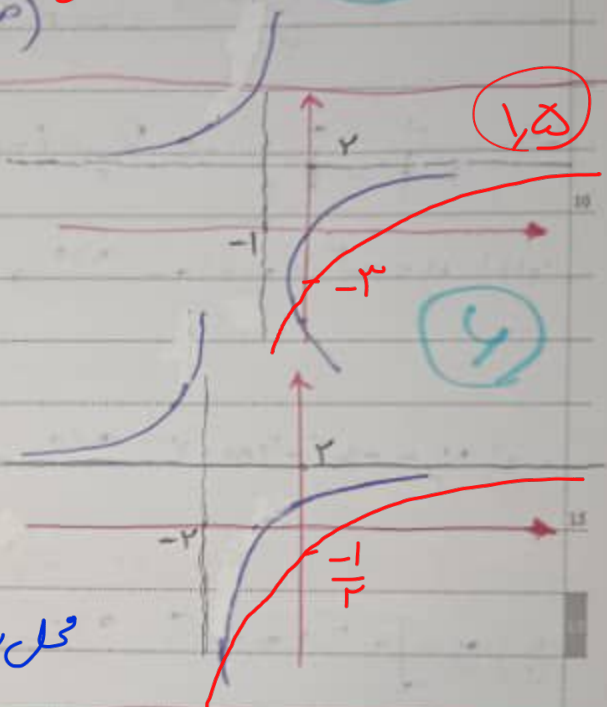
ب) $y = \sqrt{\frac{2x+1}{2-x}} \Rightarrow R_f = \sqrt{IR - \{-3\}} = [0, +\infty)$ ✓

الف) $y = \frac{2x-3}{x+1}$

ریشه مخارج $\rightarrow$ مایل قائم $\rightarrow$ $\frac{a}{c} = 2$
 مایل افقی $\rightarrow$ مایل قائم $\rightarrow$ $\frac{a}{c} = 2$

ب) $y = \frac{2x-1}{x+2}$

ریشه مخارج $\rightarrow$ مایل قائم $\rightarrow$ $\frac{a}{c} = 2$
 مایل افقی $\rightarrow$ مایل قائم $\rightarrow$ $\frac{a}{c} = 2$



حل به فرد مختار با محورهای مختار

الف) $y = \sin x + \frac{1}{\sin x} \Rightarrow R_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ ✓

ب) $y = \frac{x^4+1}{x^3} \Rightarrow y = x + \frac{1}{x^3} \Rightarrow R_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ ✓

ج) $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x}} \Rightarrow y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow R_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ ✓

د) $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow R_f = [2, +\infty)$ ✓

الف) $y = x^2 + \frac{1}{x^2+3}$

برای مشخصه برد این تابع، ابتدا برد تابع $y = x^2+3$ را پیدا می‌کنیم. چون کمترین مقداری که x^2+3 می‌تواند داشته باشد 3 است، پس کمترین مقدار این عبارت نیز 3 است.

چون کمترین مقداری که x^2+3 می‌تواند داشته باشد 3 است، پس کمترین مقدار این عبارت نیز 3 است. $\frac{1}{x^2+3} + \frac{1}{3} = \frac{10}{9} \Rightarrow x^2+3 + \frac{1}{x^2+3} \geq \frac{10}{9} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2+3} \geq \frac{1}{9}$

$y = x^2 + \frac{1}{x^2+3} \Rightarrow R_f = [\frac{1}{9}, +\infty)$ ✓

$$ب) y = \frac{x^2 + 5}{\sqrt{x^2 + 4}} = y \sqrt{x^2 + 4} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

۲

۸

چون کمترین مقداری که $\sqrt{x^2 + 4}$ می تواند داشته باشد، $\sqrt{4} = 2$ است؛ پس کمترین مقدار این عبارت برابر است با:

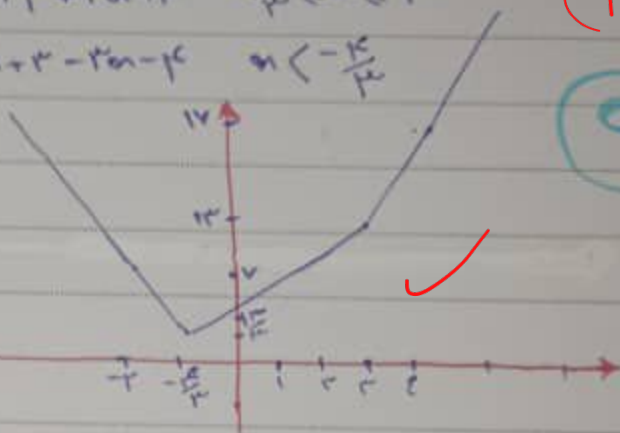
$$2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow R_f = \left[\frac{5}{2}, +\infty \right) \checkmark$$

$$y = |x - 3| + |3x + 4| \Rightarrow y = \begin{cases} x - 3 + 3x + 4 & x > 3 \\ -x + 3 + 3x + 4 & -\frac{4}{3} \leq x \leq 3 \\ -x + 3 - 3x - 4 & x < -\frac{4}{3} \end{cases}$$

۲۱

۹

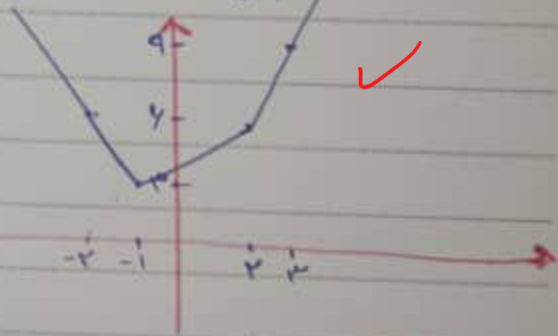
$$\Rightarrow \begin{cases} 4x + 1 & x > 3 \\ 2x + 7 & -\frac{4}{3} \leq x \leq 3 \\ -4x - 1 & x < -\frac{4}{3} \end{cases} \checkmark$$



$$الف) y = |x - 2| + |2x + 2| \Rightarrow y = \begin{cases} x - 2 + 2x + 2 & x > 2 \\ -x + 2 + 2x + 2 & -1 \leq x \leq 2 \\ -x + 2 - 2x - 2 & x < -1 \end{cases}$$

۲۲

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x & x > 2 \\ x + 4 & -1 \leq x \leq 2 \\ -3x & x < -1 \end{cases}$$

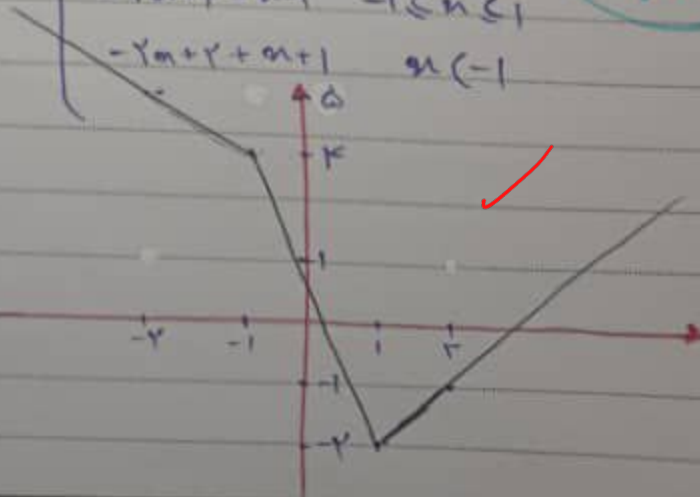


$$\Rightarrow \text{از روی شکل نتیجه می گیریم} \quad R_f = [1, +\infty) \checkmark$$

$$ب) y = |2x - 2| - |x + 1| \Rightarrow y = \begin{cases} 2x - 2 - x - 1 & x > 1 \\ -2x + 2 - x - 1 & -1 \leq x \leq 1 \\ -2x + 2 + x + 1 & x < -1 \end{cases}$$

۱۰

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 3 & x > 1 \\ -3x + 1 & -1 \leq x \leq 1 \\ -x + 3 & x < -1 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \text{از روی شکل نتیجه می گیریم} \quad R_f = [-2, +\infty) \checkmark$$