آرمین مشرف یازدهم ریاضی B (۶) ۲۵

(۱) (۲)

الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x$

$y = (x-1)^3 + 1 \rightarrow y - 1 = (x-1)^3$

$\sqrt[3]{y-1} + 1 = x$

$D_y = \mathbb{R} \Longrightarrow R_f = \mathbb{R}$

ب) $y = \dfrac{1}{x^2 - 2x}$

$yx^2 - 2yx - 1 = 0$

شرط وجود x $\rightarrow \Delta \geq 0 \rightarrow 4y^2 + 4y \geq 0 \rightarrow 4y(y+1) \geq 0$

$\begin{array}{c|ccccc} & & -1 & & 0 & \\ & + & \circ & - & \circ & + \end{array}$

$D_y = (-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$

$R_f = (-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$

(۲) (۲)

الف) $y = x^2 - 4x + 10$

$\min \left| \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \\ 6 \end{array} \right. \rightarrow R_f = [6, +\infty)$

ب) $y = -x^2 + 6x + 3$

$\max \left| \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3 \\ 12 \end{array} \right. \rightarrow R_f = (-\infty, 12]$

ج) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 3}$

$x^2 - 4x - 3 \rightarrow \min \left| \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \\ -7 \end{array} \right. \rightarrow R = [-7, +\infty)$

$\sqrt{[-7, +\infty)} \Longrightarrow R_f = [0, +\infty)$

د) $y = \sqrt{6x - x^2}$

$6x - x^2 \rightarrow \max \left| \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3 \\ 9 \end{array} \right. \rightarrow R = (-\infty, 9]$

$\sqrt{(-\infty, 9]} \rightarrow R_f = [0, 3]$

۳ (۶)

الف) $y = x^3 - 5x^2 + 2x + 1$

x^3 ↙ چندجمله‌ای مرتبه فرد $\to R_f = \mathbb{R}$ ✓

ب) $y = x^7 - 6x^4 + 3x + 2$

x^7 ↙ چندجمله‌ای مرتبه فرد $\to R_f = \mathbb{R}$ ✓

ج) $y = \sqrt{x^7 - 6x^4 + 5x + 1}$

$x^7 - 6x^4 + 5x + 1 \to x^7$: چندجمله‌ای مرتبه فرد $\Rightarrow R = \mathbb{R}$

$y = \sqrt{(-\infty, +\infty)} \to R_f = [0, +\infty)$ ✓

د) $y = (x^5 - 4x^2 + 3x + 1)^2$

$x^5 - 4x^2 + 3x + 1 \to x^5$: چندجمله‌ای مرتبه فرد

$R = \mathbb{R} \Rightarrow (x^5 - 4x^2 + 3x + 1)^2 \to (-\infty, +\infty)^2$

$R_f = [0, +\infty)$ ✓

۴ (۲)

الف) $y = \frac{3x+1}{x-2}$

$R_f = \mathbb{R} - \{\frac{a}{c}\} \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{3\}$ ✓

ب) $y = \frac{2x+1}{x+1} \to R_f = \mathbb{R} - \{\frac{a}{c}\} \to R_f = \mathbb{R} - \{2\}$ ✓

۵ (۲)

الف) $y = \sqrt{\frac{6x+4}{x+1}}$

$\sqrt{\mathbb{R} - \{2\}} \to R_f = [0, +\infty) - \{\sqrt{2}\}$ ✓

ب) $y = \sqrt{\frac{3x+1}{2-x}} \Rightarrow R_f = [0, +\infty)$ ✓

$\sqrt{\mathbb{R} - \{-3\}}$

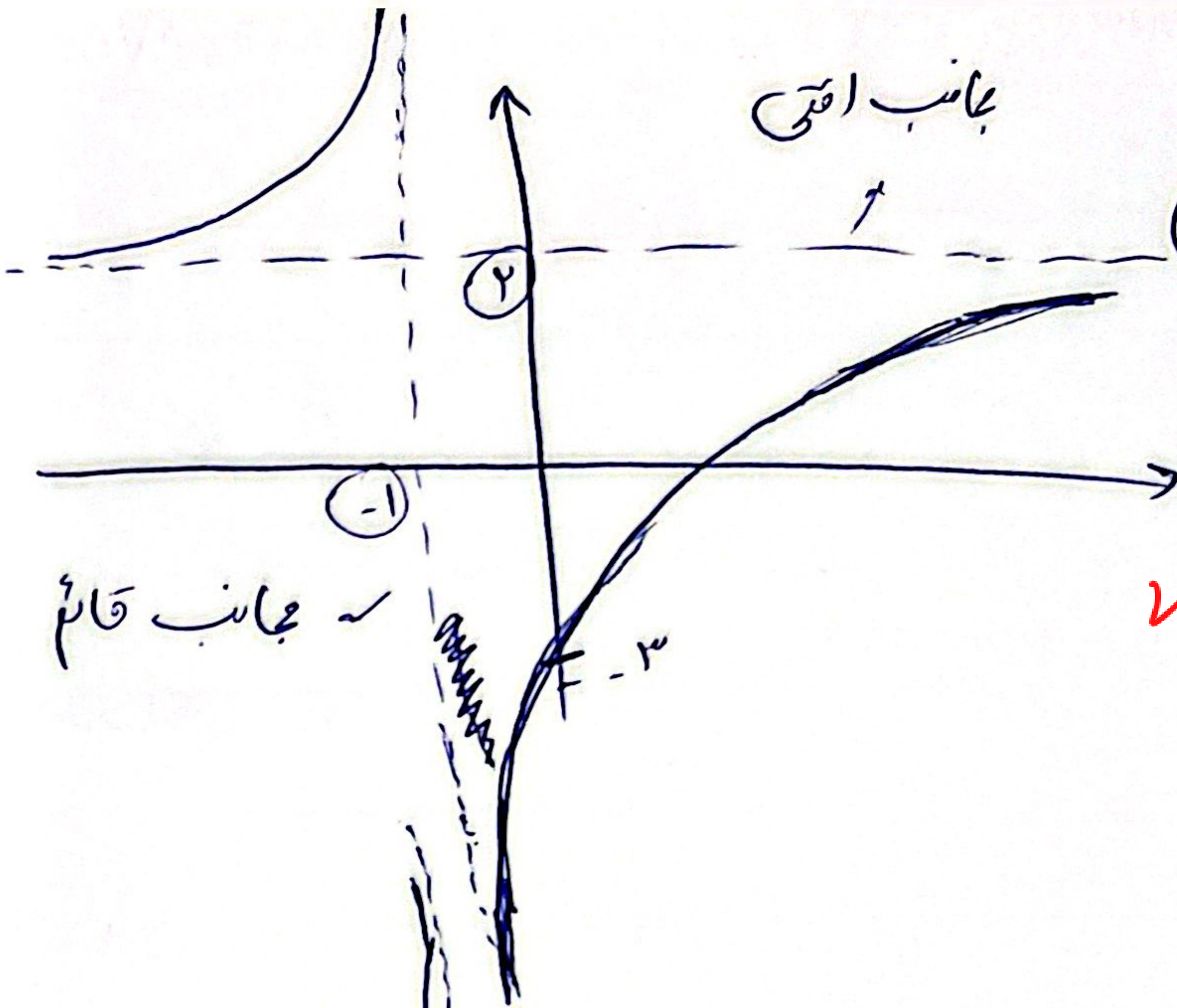
۶ (۲)

الف) $y = \frac{2x-3}{x+1}$

جانب قائم $\xrightarrow{\text{ریشه مخرج}}$ $x+1=0 \to x=-1$

جانب افقی $\to y=\frac{a}{c} \to y=2$

$\xrightarrow{x=0} y=-3$

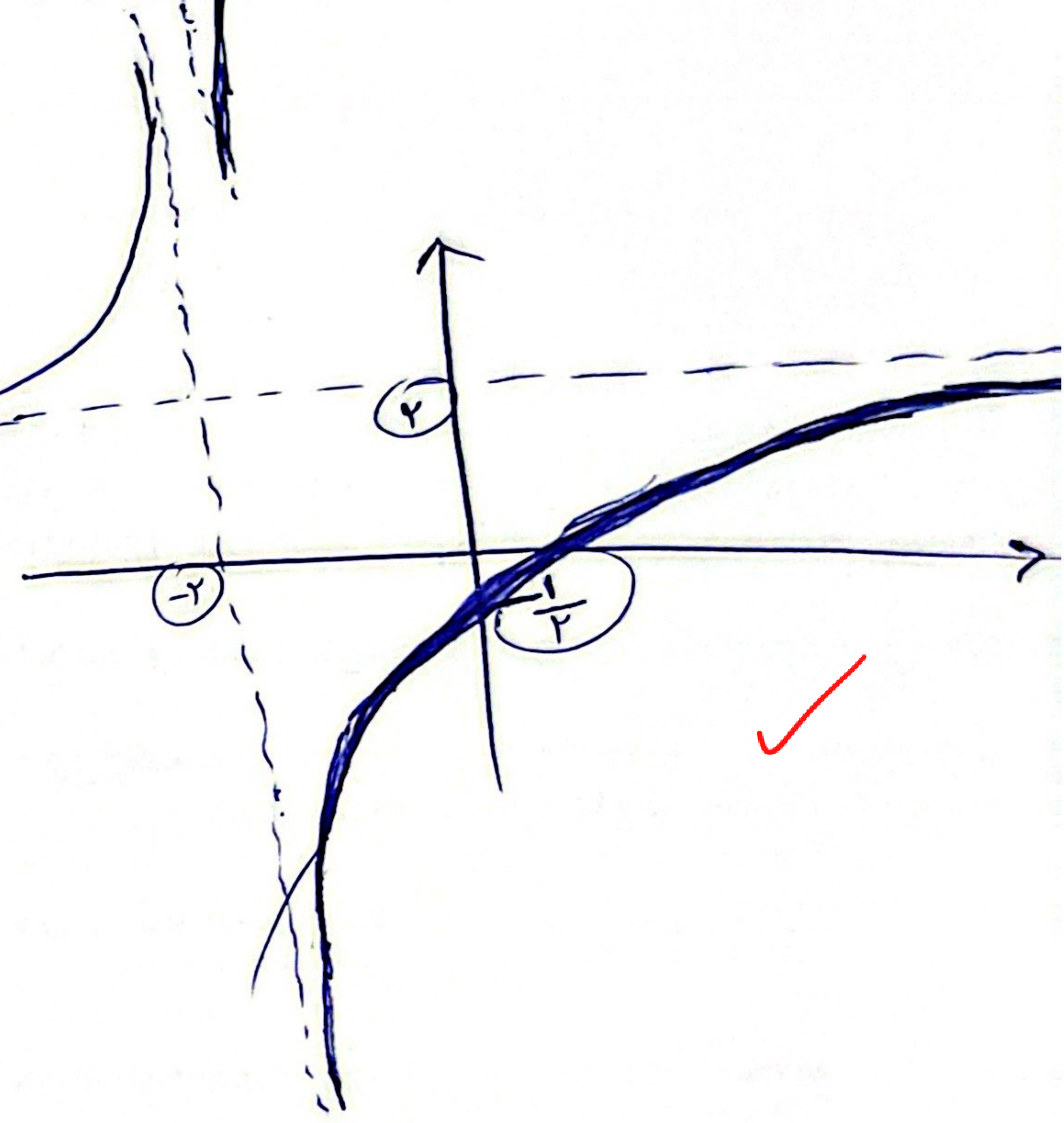


ب) $y = \frac{2x-1}{x+2}$

جانب قائم $\xrightarrow{\text{ریشه قائم}}$ $x+2=0 \to x=-2$

جانب افقی $\to y=\frac{a}{c} \to y=2$

$\xrightarrow{x=0} y=-\frac{1}{2}$



۷ (۲)

الف) $y = \sin x + \frac{1}{\sin x}$ → $a+\frac{1}{a} \geq 2$, $a+\frac{1}{a} \leq -2$ → $R_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

ب) $y = \frac{x^6+1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3} \to R_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

$a+\frac{1}{a} \geq 2$

$a+\frac{1}{a} \leq -2$

ج) $y = \frac{\sqrt[3]{x^2}+1}{\sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \to R_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

$a+\frac{1}{a} \geq 2$

$a+\frac{1}{a} \leq -2$

د) $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \xrightarrow{\sqrt{x} \geq 0} a+\frac{1}{a} \geq 2 \Rightarrow R_f = [2, +\infty)$

۸ ۲

الف) $y = x^{۲} + \frac{۱}{x^{۲}+۳} = \underbrace{x^{۲}+۳}_{a} + \underbrace{\frac{۱}{x^{۲}+۳}}_{\frac{۱}{a}} - ۳$

$x^{۲}+۳ > ۰$

$a + \frac{۱}{a} \geq ۲ \xrightarrow{x=۰}$ a تساوی متعارف , $a = ۳$

$y = ۳ + \frac{۱}{۳} = \frac{۱۰}{۳}$ [redacted] $\xrightarrow{a+\frac{۱}{a}} [\frac{۱۰}{۳}, +\infty) \xrightarrow{-۳} Df = [\frac{۱}{۳}, +\infty)$ ✓

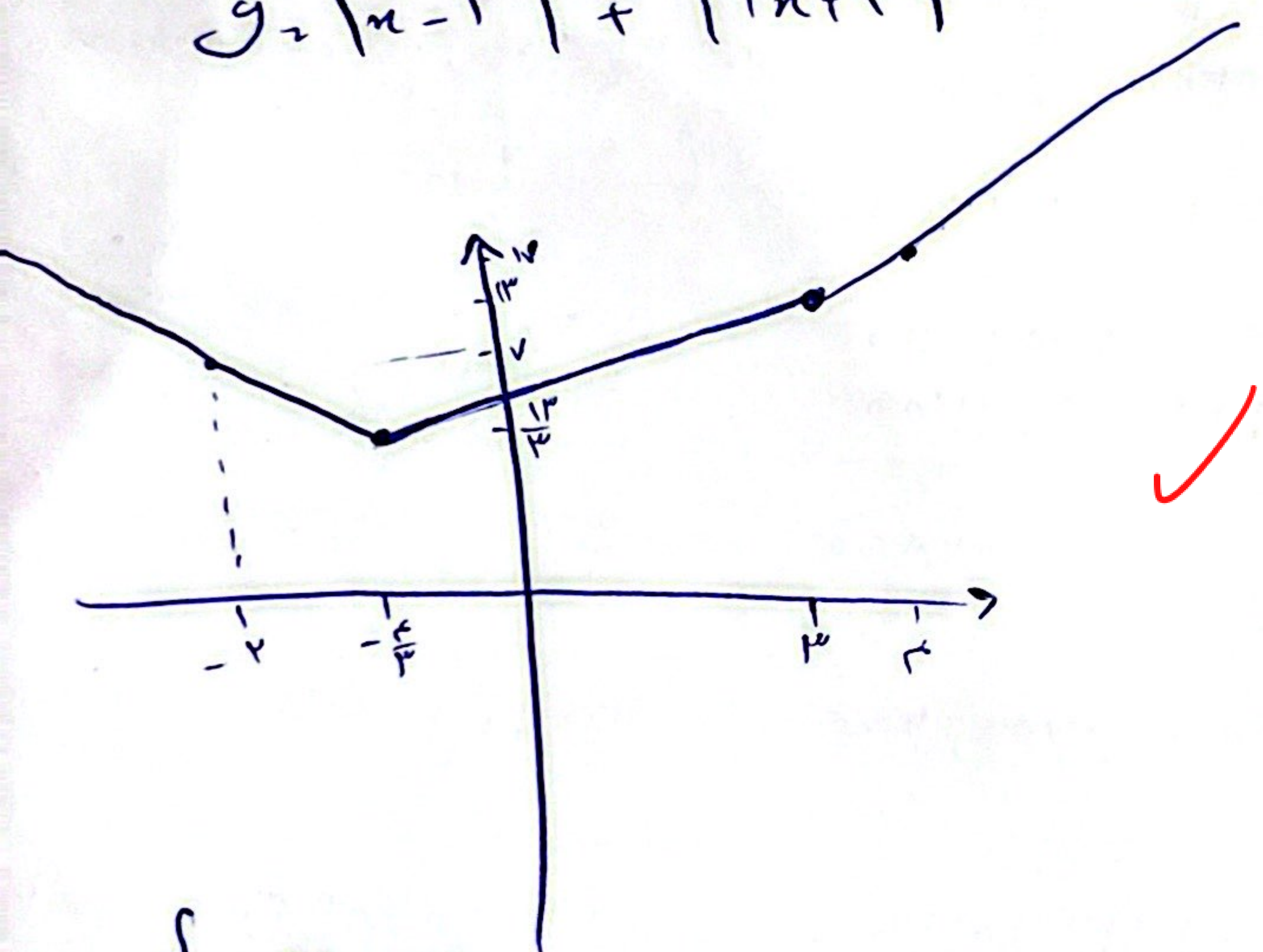
ب) $y = \frac{x^{۲}+۴+۱}{\sqrt{x^{۲}+۴}} = \underbrace{\sqrt{x^{۲}+۴}}_{a} + \underbrace{\frac{۱}{\sqrt{x^{۲}+۴}}}_{\frac{۱}{a}}$

$\sqrt{x^{۲}+۴} > ۰$

$a + \frac{۱}{a} \geq ۲ \xrightarrow{x=۰}$ a تساوی متعارف $\sqrt{۴} + \frac{۱}{\sqrt{۴}} = \frac{۵}{۲}$

$Rf = [\frac{۵}{۲}, +\infty)$ ✓

$y = |x-۳| + |۳x+۴|$



۲ ۹

✓

$x - ۳ + ۳x + ۴ = ۴x + ۱ \quad ; \quad x \geq ۳$

$\Rightarrow ۳ - x + ۳x + ۴ = ۲x + ۷ \quad ; \quad -\frac{۴}{۳} < x < ۳$ ✓

$۳ - x - ۳x - ۴ = -۴x - ۱ \quad ; \quad x \leq -\frac{۴}{۳}$

$f(۴) = ۱۷$

$f(۳) = ۱۳$

$f(-\frac{۴}{۳}) = \frac{۱۳}{۳}$

$f(-۲) = ۷$

۲ ۱۰

الف) $y = |x-۲| + |۲x+۲|$

1. $۳x \geq ۶$ ⋂ $۳x \geq ۶$ [redacted] — $۳x \quad ; \quad x \geq ۲$
2. $+۳ < x < ۶$ ⋂ [redacted] $۳ < x+۴ < ۶$ — $۲ - x + ۲x + ۲ = x + ۴ \quad ; \quad -۱ < x < ۲$
3. $-۳x \geq +۳$ ⋂ [redacted] $-۳x \geq ۳$ — $۲ - x - ۲x - ۲ = -۳x \quad ; \quad x \leq -۱$

$1 \cap 2 \cap 3 \rightarrow Rf = [۳, +\infty)$ ✓

ب) $y = |۲x-۲| - |x+۱|$

۱. $x - ۳ \geq -۲$ — $۲x - ۲ - x - ۱ = x - ۳ \quad ; \quad x \geq ۱$
۲. $-۲ < -۳x + ۱ < ۴$ — $۲ - ۲x - x - ۱ = -۳x + ۱ \quad ; \quad -۱ < x < ۱$
۳. $-x + ۳ \geq ۴$ — $۲ - ۲x + x + ۱ = -x + ۳ \quad ; \quad x \leq -۱$

$۱ \cap ۲ \cap ۳ \rightarrow Rf = [-۲, +\infty)$ ✓