$f(x)=\begin{cases}(a+۱)(x+۲); & x>۱\\ ۳a+۲x; & x\leq ۱\end{cases}$ $۲f(۵)=f(-۲)+a \Rightarrow ۲(a+۱)(۵+۲)=۱۴a+۱۴=۳a-۴+a$ $۱۰a=-۱۸ \Rightarrow a=-۱/۸$	۶
$f(x)=\sqrt{x}+\dfrac{۱}{\sqrt{x}}+۲ \;/\; f(۲-\sqrt{۳})+f(۲+\sqrt{۳})$ $\left(\sqrt{۲-\sqrt{۳}}=\dfrac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۲} \;/\; \sqrt{۲+\sqrt{۳}}=\dfrac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲}\right)$ $\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\dfrac{۱}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}+۲+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\dfrac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}+۲=(۳+\sqrt{۳})(\sqrt{۲-\sqrt{۳}})+(۳-\sqrt{۳})(\sqrt{۲+\sqrt{۳}})+۴$ $(۳+\sqrt{۳})\left(\dfrac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۲}\right)+(۳-\sqrt{۳})\left(\dfrac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲}\right)+۴=۲\sqrt{۶}+۴$	۷
$\dfrac{۲}{۳}\left(۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x\right) \rightarrow \dfrac{۴}{۳}f(x)-۲f(-x)=\dfrac{۲}{۳}(۴x^۲-x)$ $۲f(-x)-۳f(x)=۴x^۲+x$ $-\dfrac{۵}{۳}f(x)=۴x^۲+x+\dfrac{۸}{۳}x^۲-\dfrac{۲}{۳}x$ $\dfrac{۲۰}{۳}x^۲+\dfrac{x}{۳}=\dfrac{۲۰x^۲+x}{۳}$ $-\dfrac{۵}{۳}f(x)=\dfrac{۲۰x^۲+x}{۳}$ $f(x)=\dfrac{-۲۰x^۲-x}{۵}$	۸
$x=-۲ \Rightarrow ۰f(-۲)+۶f(۰)=۱۶+۲m+۳m-۱$ $x=۰ \Rightarrow ۲f(۰)=۳m-۱$ $(۳m-۱)\times ۳=۱۶+۵m-۱$ $۹m-۳ \Rightarrow ۴m=۱۸ \Rightarrow m=۴/۵$ $۲f(۰)=۳(۴/۵)-۱$ $f(۰)=\dfrac{۲۵}{۴}$	۹
$\left.\begin{array}{l}f(x)=ax+b\\ f(\frac{۱}{x})=\frac{a}{x}+b\end{array}\right\} f(x)+f(\frac{۱}{x})=ax+b+\dfrac{a}{x}+b=\dfrac{ax^۲+۲bx+a}{x}$ $\dfrac{ax^۲+۲bx+a}{x}=\dfrac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x} \Rightarrow \begin{cases}a=۳\\ b=-۶\end{cases} \rightarrow f(x)=۳x-۶$ $f(-۱)=۳(-۱)-۶=-۹$	* ۱۰

$۹+۴/۵=۱۳/۵$ $\quad \dfrac{۱۳/۵}{۲}$

نام و نام خانوادگی ......[illegible]...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۴... کلاس یازدهم ریاضی ....

۱

الف) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2+1-2x-x^2}{x(x-1)}}=\sqrt{\dfrac{-2x+1}{x(x-1)}}\geq 0$

Roots: $0,\ \frac12,\ 1$ — signs: $+\ \ -\ \ +\ \ -$

$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac12,1)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{x-2x-2}{(x+1)x}}{\frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}}$; $\dfrac{-x-2}{(x+1)x}\neq 0$ ($-1,0$) ; $4x+5\neq 0$ ($-\frac54$) ; $(x-1)(x+2)\neq 0$ ($1,-2$)

$D_f=R-\{-2,-\frac54,-1,0,1\}$

* یا هر دو منفی یا هر دو مثبت یا یکی صفر

۲

الف) $f(x)=\sqrt{\underbrace{\left(\left(\frac13\right)^x-9\right)}_{I}\underbrace{\left(32-4^x\right)}_{II}}$

I: root -2 — signs: $-\ \ +$; II: root 2.5 — signs: $+\ \ -$

$D_f=R-(-2,2.5)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{x+1}=3\Rightarrow \sqrt{x+1}=3-\sqrt[4]{x-1}$; $3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0\Rightarrow 3\geq\sqrt[4]{x-1}\Rightarrow 81\geq x-1$

$82\geq x\geq 1$

۳

$f(x)=\dfrac{\log_4\overbrace{(x^2-x-2)}^{I}}{\underbrace{\sqrt{x^2-1}}_{II}+1}$

II) $\sqrt{x^2-1}\geq 0$ — roots $-1,\ 1$ — signs: $+\ \ -\ \ +$

I) $x^2-x-2>0$ — roots $-1,\ 2$ — signs: $+\ \ -\ \ +$

$I\cap II$ (number line: $-1,\ 2$)

$D_f=(-\infty,-1)\cap(2,+\infty)$

۴

$\sqrt{3+ax-x^2}\geq 0$ — roots $-2,\ b$ — signs: $-\ \ +\ \ -$

* از روی دامنه جدول تعیین علامت را کشیدم ←

$a+b=-\frac12+\frac32=1$

غق: $b=\frac{-4}{2}$, $\frac32$ ✓

$x=-2\Rightarrow 3-2a-4=0\Rightarrow a=-\frac12$

$\left(-b^2-\frac b2+3=0\right)\xrightarrow{\times -2}=2b^2+b-6=0\xrightarrow{\times ac}b^2+b-12=0\to(b+4)(b-3)$

۵

$g(x)=\sqrt{f(x)-x}$; $x\geq 1$: $\sqrt{3x-2-x}=\sqrt{2x-2}\geq 0$ — root 1 — signs: $-\ \ +$ (I)

$f(x)=\begin{cases}3x-2 ; & x\geq 1\\ 2x+3 ; & x<1\end{cases}$; $x<1$: $\sqrt{2x+3-x}=\sqrt{x+3}\geq 0$ — root -3 — signs: $-\ \ +$ (II)

$I\cup II=[1,+\infty)\cup[-3,+\infty)=[-3,+\infty)$