

به خام فردا

و نداد حاجی بابائی - یازدهم پسر B - تکلیف شماره ۳ - توابع و خواص آنها

$$\text{الف) } y = \frac{x+3}{2x^3+3x^2-11x+3} \Rightarrow y = \frac{x+3}{(x-1)(2x^2+5x-3)} \Rightarrow y = \frac{x+3}{(x-1)(x+3)(2x-1)}$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+3)(2x-1) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -3 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{1, -3, \frac{1}{2}\right\}$$

1

$$\text{ب) } y = \frac{x+3}{2x^3+9x^2+10x+3} \Rightarrow y = \frac{x+3}{(x+1)(2x^2+7x+3)} \Rightarrow y = \frac{x+3}{(x+1)(x+3)(2x-1)}$$

$$\Rightarrow (x+1)(x+3)(2x-1) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -3 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{-1, -3, \frac{1}{2}\right\}$$

$$\text{الف) } y = \frac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1} \Rightarrow y = \frac{x+3}{(x-1)(x^2-x+1)} \rightarrow \Delta < 0$$

نتیجه ریشه ندارد و همواره مثبت است

$$\Rightarrow (x-1)(x^2-x+1) \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

2

$$\text{ب) } y = \sqrt{\frac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{x+3}{(x-1)(x^2-x+1)}} \rightarrow \Delta < 0$$

نتیجه ریشه ندارد و همواره مثبت است

$$\Rightarrow \frac{-3}{+} \quad \frac{1}{-} \quad \frac{1}{+} \Rightarrow D_f = (-\infty, -3] \cup (1, +\infty)$$

$$y = \frac{2}{x^2 - 5|x-1| - 2x + 5} \Rightarrow x^2 - 5|x-1| - 2x + 5 \neq 0$$

باید دو حالت را جدا کنیم:

حالت اول: $|x-1| = x-1 \Rightarrow x > 1$

(۳)

$$\Rightarrow x^2 - 5(x-1) - 2x + 5 \neq 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 5 - 2x + 5 \neq 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 \neq 0$$

پس در این بازه ریشه‌ها ۲ و ۵ (هر دو بزرگتر از ۱ هستند، پس معتبرند)

$$\Rightarrow (x-5)(x-2) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 5 \end{cases}$$

حالت دوم: $|x-1| = -(x-1) = -x+1 \Rightarrow x < 1$

$$\Rightarrow x^2 - 5(-x+1) - 2x + 5 \neq 0 \Rightarrow x^2 + 5x - 5 - 2x + 5 \neq 0 \Rightarrow x^2 + 3x \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

پس در این بازه، ریشه‌ها -۳ و ۰ (هر دو کوچکتر از ۱ هستند، پس معتبرند)

جمع بندی: مقادیر باعث می‌شوند که مخرج صفر شود:

$$x = -3, 0, 2, 5$$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-3, 0, 2, 5\}$$

الف) $y = \frac{x+3}{|2x+1| - |x+3|} \Rightarrow |2x+1| \neq |x+3| \Rightarrow (2x+1)^2 \neq (x+3)^2 \Rightarrow$

$$4x^2 + 4x + 1 \neq x^2 + 6x + 9 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 8 \neq 0 \Rightarrow (x-2)(3x+4) \neq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{4}{3} \\ x \neq 2 \end{cases} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{4}{3}, 2\}$$

(۴)

ب) $y = \sqrt{|2x+1| - |x+3|} \Rightarrow |2x+1| \geq |x+3| \Rightarrow (2x+1)^2 \geq (x+3)^2 \Rightarrow$

$$4x^2 + 4x + 1 \geq x^2 + 6x + 9 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 8 \geq 0 \Rightarrow (x-2)(3x+4) \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{-\frac{4}{3}}{+} \quad \frac{2}{-} \Rightarrow D_f = (-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [2, +\infty)$$

$$a) y = \log_r^{(1 - \log_r^n)}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x > 0 & (I) \end{cases}$$

$$D_f = I \cap II \rightarrow D_f = (0, r)$$

$$\begin{cases} 1 - \log_r^n > 0 \Rightarrow 1 > \log_r^n \Rightarrow r^n > r & (II) \end{cases}$$

$b > 1$

5

$$b) y = \log_r^{(1 - \log_{\frac{1}{r}}^n)}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x > 0 & (I) \end{cases}$$

$$D_f = I \cap II \rightarrow D_f = (\frac{1}{r}, +\infty)$$

$$\begin{cases} 1 - \log_{\frac{1}{r}}^n > 0 \Rightarrow 1 > \log_{\frac{1}{r}}^n \Rightarrow \frac{1}{r} < r & (II) \end{cases}$$

$0 < b < 1$

$$f(x) = \sqrt{\frac{\log_a^{(rx-1)}}{\log_{\frac{1}{r}}}}$$

$$\rightarrow \begin{cases} rx-1 > 0 \Rightarrow rx > 1 \Rightarrow x > \frac{1}{r} & (I) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_a^{(rx-1)} > 0 \Rightarrow rx-1 > 1 \Rightarrow rx > 2 \Rightarrow x > \frac{2}{r} & (II) \end{cases}$$

4

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{r}}^{\log_a^{(rx-1)}} > 0 \Rightarrow \log_a^{(rx-1)} < 1 \Rightarrow rx-1 < a \Rightarrow rx < a+1 \Rightarrow x < \frac{a+1}{r} & (III) \end{cases}$$

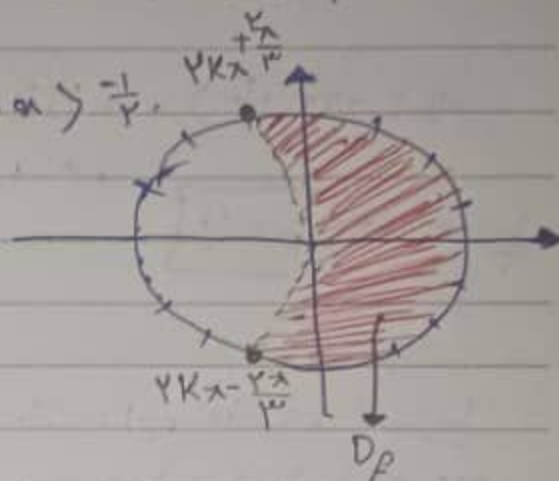
$$D_f = I \cap II \cap III \rightarrow D_f = (1, r]$$

الف) $y = \log(y \cos x + 1)$

داخل تعاریف باید مثبت باشد:

$$y \cos x + 1 > 0 \Rightarrow y \cos x > -1 \Rightarrow \cos x > -\frac{1}{y}$$

$$\Rightarrow D_f = \left(y \cos x - \frac{y \pi}{3}, y \cos x + \frac{y \pi}{3} \right)$$



ب) $y = \sqrt{\log \frac{x-1}{x+1}}$

$$\left\{ \begin{array}{l} x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1 \quad (I) \end{array} \right.$$

$$\frac{x-1}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{-1}{+1} < \frac{1}{+1} \Rightarrow (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \quad (II)$$

$$\log\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \geq 0 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} \geq 1 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} - 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{-2}{x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{-1}{+1} < -$$

$$\Rightarrow (-\infty, -1) \quad (III)$$

$$D_f = I \cap II \cap III \Rightarrow D_f = (-\infty, -1)$$

آرتابج $f(x) = \sqrt{(a+2)x^2 + ax + b}$ در بازه $(-\infty, 3]$ کافی است و همچنین رویه بالا و کمینه اش (min) در $x=3$ و برابر صفر باشد:

1) $a+2 > 0 \Rightarrow a > -2$ رویه بالا

و برابر صفر باشد:

2) $\frac{-b}{a} = 3 \Rightarrow \frac{-a}{2(a+2)} = 3 \Rightarrow a = \frac{-12}{5}$

$x=3 \rightarrow (a+2)3^2 + 3a + b = 0 \Rightarrow 9a + 18 + 3a + b = 0 \Rightarrow b = -18 - 12a \Rightarrow a = \frac{-12}{5} \Rightarrow b = -18 - 12\left(\frac{-12}{5}\right) = \frac{18}{5} \Rightarrow \boxed{b = \frac{18}{5}}$

اما آرتابج فقط در این بازه تعریف شود و این بازه دایره باشد، دایره آن مجموعه نقاطی است که
 ویرا دیگال خامنه‌ها شود و برای یک درجه دو در کل باید 3 صورت باشد:

مقدومین شوم این دایره در هیچکدام از این سه حالت نیست در نتیجه $\Delta \leq 0 \rightarrow R$ آرتابج

این یک عبارت درجه دوم است و $a = -2$ اتحاد و بازه بیرونی $(-\infty, T_1] \cup [T_2, +\infty)$ و T_1, T_2 ریشه‌ها

یک بازه بسته میانی $[T_1, T_2]$ و T_1, T_2 ریشه‌ها

$$a = -2 \rightarrow f(x) = \sqrt{-2x + b}$$

یک عبارت خطی :

$$\text{دامنه: } -2x + b \geq 0 \Rightarrow b \geq 2x \Rightarrow \frac{b}{2} \geq x$$

برای اینکه دامنه دقیقاً $[-3, \infty)$ باشد باید $\frac{b}{2}$ برابر ۳ باشد.

$$\frac{b}{2} = 3 \Rightarrow \boxed{b = 6}$$

(۸)

زمانی دامنه این تابع مجموعه اعداد حقیقی است که دلتای این نامشبت باشد زیرا $\Delta \geq 0$ باشد چون ضریب x^2 مثبت است این عبارت همواره نامنفی خواهد بود.

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2 - m^2} \rightarrow \Delta \geq 0 \Rightarrow 4 - 4(2 - m^2) \geq 0 \Rightarrow 4 - 8 + 4m^2 \geq 0$$

$$4m^2 \leq 4 \Rightarrow m^2 \leq 1 \Rightarrow \boxed{-1 \leq m \leq 1}$$

(۹)

$$m \text{ کمترین مقدار برای } m \rightarrow (-1) \quad m \text{ بیشترین مقدار برای } m \rightarrow (1)$$

$$m \text{ اختلاف بیشترین و کمترین مقدار برای } m \rightarrow 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

جواب نهایی

$$f(x) = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{[x] + [-x] + 1} \rightarrow 4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow 4 \geq x^2 \Rightarrow \boxed{-2 \leq x \leq 2} \quad (I)$$

$$[x] + [-x] \neq -1$$

$$\begin{cases} a \in \mathbb{Z} & [a] + [-a] = 0 \\ a \notin \mathbb{Z} & [a] + [-a] = -1 \end{cases}$$

(۱۰)

پس نتیجه میگیریم x عضو مجموعه اعداد صحیح است.

$$x \in \mathbb{Z} \rightarrow [x] + [-x] = 0 \quad \checkmark \quad (II)$$

$$x \notin \mathbb{Z} \rightarrow [x] + [-x] = -1 \quad \times$$

$$D_f = I \cap II \rightarrow D_f = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \rightarrow \Delta \text{ عدد صحیح نه دامنه این تابع قرار دارد.}$$