تکلیف ۳

امیر محمد قره‌جانی

۱

الف) $y=\frac{x+3}{2x^3+3x^2-8x+3}$ → جمع ضرایب صفر است برای $x-1$ بخش‌پذیر است

$2x^3+3x^2-8x+3 \div (x-1) = 2x^2+5x+3$

$\frac{x+3}{(x-1)(2x^2+5x+3)} \to x^2+5x+6 \Rightarrow \mathbb{R}-\{\pm 1\}$

$(x+3)(x+2)$

ب) $\frac{x+3}{2x^3+9x^2+10x+3}$

جمع ضرایب توان‌های زوج با فرد برابر است برای $x+1$ بخش‌پذیر است

$2x^3+9x^2+10x+3 \div (x+1) = 2x^2+7x+3$

$\frac{x+3}{(x+1)(x^2+7x+6)} \to 2x^2+7x+3$

$(x+6)(x+1)$

$-\frac{1}{2},\ -\frac{6}{2}=-3,\ -1 \qquad \mathbb{R}-\{-1,-\frac{1}{2},-3\}$

۲

الف) $\frac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}$

$x^3-2x^2+2x-1 \div (x-1) = x^2-x+1$

$\frac{x+3}{(x^2+x+1)(x+1)} \to -1 \to \mathbb{R}-\{-1\}$

$\Delta<0$

ب) $\begin{cases}\frac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}\geq 0\\ x^3-2x^2+2x-1>0\end{cases}$

$\frac{x+3}{(x^2+x+1)(x+1)}$

دلتا ریشه ندارد

	-3		-1	
+		-		+

$(-\infty,-3]\cup(-1,+\infty)$

۳

$y=\frac{2}{x^2-5|x-1|-2x+5}$

$\begin{cases}x-1\geq 0 \to x\geq 1\\ x-1<0 \to x<1\end{cases}$

$x\geq 1 \to x^2-5(x-1)-2x+5 \Rightarrow x^2-7x+10 \to (x-5)(x-2)=0$

$5,\ 2$

$x<1 \quad x^2-5(x-1)-2x+5 \Rightarrow x^2+3x+5$

$\to 9-4(1)(5)=-11<0 \to \Delta<0$ دیگر ندارد

$D_f=(-\infty,2)\cup(2,5)\cup(5,+\infty)$

۴

الف) $\frac{x+3}{|2x+1|-|x+3|}>0 \to |2x+1|>|x+3| \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4x^2+1+4x>x^2+9+6x$

$\to 3x^2-8-2x>0 \to x^2-2x-24>0 \to (x-6)(x+4)>0$

	-4		6	
+		-		+

$(-\infty,-\frac{4}{3})\cup(6,+\infty)$

ب) $\sqrt{|2x+1|-|x+3|}\geq 0 \to |2x+1|\geq|x+3| \to 4x^2+1+4x\geq x^2+9+6x$

$3x^2-2x-8\geq 0 \to (x-6)(x+4)>0 \to$

	-4		6	
+		-		+

$(-\infty,-\frac{4}{3}]\cup[6,+\infty)$

۵

الف) $y=\log_2(1-\log_3 x) \to x>0$

$1-\log_3 x>0 \to 1>\log_3 x \to x<3 \ \cap\ (0,3)$

ب) $y=\log_2(1-\log_{\frac{1}{2}} x) \to x>0$

$1-\log_{\frac{1}{2}} x>0 \to 1>\log_{\frac{1}{2}} x \to x<\frac{1}{2}$

$(0,\frac{1}{2})$

امیرمحمد فروطانی

$f(x)=\sqrt{\log_{0/5}^{\log_5^{(۲x-1)}}}$ $\quad ۲x-1>0 \to ۲x>1 \to x>\frac{1}{۲}$

$\log_5^{۲x-1}>0 \to ۲x-1>1 \to ۲x>۲ \to x>1$

$\log_{0/5}^{\log_5^{(۲x-1)}} \geq 0$

$\log_5^{۲x-1} \geq 1 \to ۲x-1 \geq 5 \to x \geq ۳$ $\quad \cap \quad [۳,+\infty)$

الف) $y=\log(۲\cos x+1) \to ۲\cos x+1>0 \to ۲\cos x>1 \to \cos x>-\frac{1}{۲}$

$\to (۲k\pi-\frac{\pi}{۳} , ۲k\pi+\frac{۲\pi}{۳})$ ۷

ب) $y=\sqrt{\log_{x+1}^{x-1}} \geq 0$ $\quad x>1 \quad x+1\neq 1 \to x\neq 0$

$x-1 \geq 1 \to x \geq ۲ \to$ $\quad 0 \; 1 \; ۲ \quad \cap \quad [۲,+\infty)$

$f(x)=\sqrt{(a+۲)x^۲+ax+b} \geq 0 \to (-\infty,۳]$ ۸

$a+۲>0 \to a>-۲$

$\xrightarrow{x=۳} (a+۲)(۳^۲)+۳a+b \geq 0 \to ۹a+۱۸+۳a+b \geq 0$

$-۱۲a-۱۸ \leq b$ $\quad \Delta: \begin{cases} a^۲-۴(a+۲)b \leq 0 \\ b \geq -۱۲a-۱۸ \end{cases}$

جواب قطعی بدست نیامد

$a=-۲ \quad ۴-۴(0)b=0$

$a=-1 \quad 1-۴(-1+۲)\cdot b>0 \; , \; b \geq ۱۲-۱۸ \to b \geq -۶$

$f(x)=\sqrt{x^۲+۲x+۲-m^۲} \to \mathbb{R}=D_f$ ۹

$\Delta \geq 0$

$۴-۴(1)(۲-m^۲) \to ۴m^۲-۴ \geq 0 \to ۴m^۲ \geq ۴$

$m^۲ \geq 1$

$1=\max$, $-1=\min$ $\leftarrow m \leq -1 \; , \; m \geq 1$

$1-(-1)=۲$

$f(x)=\frac{\sqrt{۴-x^۲}}{[x]+[-x]+1}$ $\quad \geq 0 \to x^۲ \leq ۴ \to -۲ \leq x \leq ۲$ ۱۰

$\begin{cases} 0 & x\in Z \\ -1 & x\notin Z \end{cases} \to D_f=Z$ $\quad \cap \quad [-۲,+۲]$