پرسش آموزان نمونه پرسش

(۱)

$a\left|\begin{matrix}1\\1\end{matrix}\right.\quad b\left|\begin{matrix}۳\\۹\end{matrix}\right.$

$f(۲)=۳^{۲A+B}=۳^{(۲)}$ $\quad f(۱)=۳^{A+B}=۳^{(۵)}$

$\begin{cases}۲A+B=۲\\A+B=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{matrix}A=۱\\B=-۱\end{matrix}$

$\Rightarrow f(n)=۳^{n-۱}\longrightarrow ۳^{-۱}=\frac{۱}{۳}$ $\quad f(۰)=۳^{۰-۱}=\frac{۱}{۳}$

$y=۰$ یا $x=۰$

(۲)

شرط $\longrightarrow ۲^{n}>۰$ ✓

$۲^{n+۲}=۲^{n}+۱۵\longrightarrow ۲^{n+۲}=۲^{۲n}+۱۵$ $\xrightarrow{\text{فرض}}$ $t=۲^{n}$ $\longrightarrow t^{۲}-۸t+۱۵=۰\longrightarrow(t-۵)(t-۳)$

$t=۵$ $\quad t=۳$

$t=۳\longrightarrow ۲^{n}=۳\longrightarrow n=\log_{۲}^{۳}$

$t=۵\longrightarrow ۲^{n}=۵\longrightarrow n=\log_{۲}^{۵}$

$۲^{۲}+۱۵=۲^{۲n}\longrightarrow ۲^{۲n}-۸\times۲^{n}+۱۵=۰$

$\log_{۲}^{۳}+\log_{۲}^{۵}=\log_{۲}^{۳\times۵}=\log_{۲}^{۱۵}$

(۳) گزینه ۴

$۱۶۷=۳\times۵۶+۷$

$۱۲۲۳=۳^{۳}\times۵۶+۷$

$\longrightarrow ۹x^{۲}+(۲\log_{۱۲}^{۳}+\log_{۱۲}^{۴})(۲\log_{۱۲}^{۳}+۲\log_{۱۲}^{۷})$

$\log_{۱۲}^{۳}=u$ $\quad\log_{۱۲}^{۷}=y$ $\xrightarrow{\text{فرض}}$ $۹u^{۲}+(u+۲y)(۲u+۲y)=۴(u+u)^{۲}\longrightarrow ۴(\log_{۱۲}^{۳}+\log_{۱۲}^{۷})^{۲}=۴(\log_{۱۲}^{۴})^{۲}=۴\times۱=۴$

(۴)

(۴) $\quad(x^{۲}-۲x+۱)>۰\longrightarrow(x-۱)(x-۱)>۰$

	۱	
$x-۱$	$-$	$+$
$x-۱$	$-$	$+$

$x\neq۱$ $\quad x<۱$ $\quad x>۱$

$\log_{۲}^{(۱-x)^{۲}}+\log_{۲}^{(۱-x)^{۳}}=۲\log_{۲}^{|۱-x|}+۳\log_{۲}^{|۱-x|}=۵\xrightarrow{t=\log_{۲}^{|۱-x|}}۲t+۳t=۵$

$\longrightarrow t=۱\longrightarrow\log_{۲}^{|۱-x|}=۱\Rightarrow|۱-x|=۲\longrightarrow x=-۱$ $\quad\log_{۳}^{|۱-x|}\xrightarrow{x=-۹}\log_{۳}^{۹}=۲$

(۵)

$\log_{\sqrt{۲}}^{x}=۴\log_{۲}^{x}$

$\log_{۲}^{(x^{۲}+۲x+۴)(x-۲)}=۳\longrightarrow(x^{۲}+۲x+۴)(x-۲)=۸$

۶)

$$\log_{(2-x)^{-2}}^{2-x} = \log_{\frac{1}{(2-x)^2}}^{2-x} = 2\log_{2-x}^{2-x} = 2 \longrightarrow \log_{2-x}^{2-x} = 1 \Rightarrow \boxed{x=-1}$$

$$\log_{\sqrt{2}}^{(-x)} \xrightarrow{x=-1} \log_{\sqrt{2}}^{1} = \log_{2^{\frac{1}{2}}}^{2^4} = 8 \qquad \frac{1}{2}\times x = 4 \rightarrow x = 8$$

۷)

$$3^{x^2-2} = 18^{x} \longrightarrow 3^{x^2-2} = 3^{2x} \Rightarrow x^2-2 = 2x \rightarrow x^2-2x-2=0 \quad \frac{2+\sqrt{4+8}}{2} = 1+\sqrt{4} \checkmark$$

$$\frac{2-\sqrt{4+8}}{2} = 1-\sqrt{4} \times$$

$$\log_{4}^{x-3} \xrightarrow{x=1+\sqrt{4}} \log_{4}^{2-\sqrt{4}} = \log_{4}^{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

۸)

$$\log_{18}^{4} \xrightarrow[\text{تغییر مبنا به } 3]{} \log_{18}^{4} = \frac{\log_{3}^{4}}{\log_{3}^{18}} = \frac{\log_{3^3}^{2^2}}{\log_{3^2}^{3^2\times 2}} = \frac{\frac{2}{3}\log_{3}^{2}}{\frac{1}{2}\log_{3}^{2}+\log_{3^2}^{2}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}+\frac{2}{4}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{6}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۹)

$$\log_{12}^{6} \xrightarrow[\text{تغییر مبنا به } 2]{} \log_{12}^{6} = \frac{\log_{2}^{6}}{\log_{2}^{12}} = \frac{\log_{2}^{2}+\log_{2}^{3}}{\log_{2}^{4}+\log_{2}^{3}} = \frac{1+0.585}{2+0.585} = \frac{1.585}{2.585} = \boxed{\frac{11}{17}}$$

۱۰)

$$\xrightarrow[\text{در معادله}]{x=-1 \text{ جایگذاری}} \log_{2^a}^{2^b} + \log_{2^b}^{1^a} - \log_{1^a}^{1^a} = 0 \xrightarrow[\text{جایگزینی} \div = \text{جایگزینی} \times]{\text{جایگزینی} + = \text{جایگزینی} -} \log_{1^a}^{2^{a+b}} = 0 \rightarrow \frac{2^{a+b}}{1^a} = 1$$

$$\rightarrow 2^a \times 2^b = 1^a \longrightarrow 2^a \times 2^b = 2^a \times 5^a \Rightarrow 2^b = 5^a \Leftrightarrow \log_{2}^{5^a} = b \xrightarrow[\text{توان به ضریب}]{} a\log_{2}^{5} = b$$

$$\rightarrow \frac{b}{a} = \log_{2}^{5} \longrightarrow (\sqrt{2})^{\frac{b}{a}} = (\sqrt{2})^{\log_{2}^{5}} \longrightarrow 5^{\log_{2}^{\sqrt{2}}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$