۲۰

نام و نام خانوادگی ...امیرمحمد جنتبائی...   پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۴.. کلاس ...یازدهم B...

۱	$y = x^2$, $f(x) = 3^{Ax+B}$ $\Big\} =$ $x=1 \Rightarrow y=1$ $\quad x=3 \Rightarrow y=9$ $x^2 = 3^{Ax+B}$ $\xrightarrow{\text{if } x=1} 1 = 3^{A+B} \Rightarrow 3^0 = 3^{A+B} \quad A+B=0$ $\xrightarrow{\text{if } x=3} 9 = 3^{3A+B} \quad 3A+B=2$ $\begin{cases} A+B=0 \\ 3A+B=2 \end{cases} \Rightarrow B=-1 \quad A=1$ $f(x) = 3^{x-1}$ نقطه تلاقی با محور y ها $\Rightarrow x=0 \to 3^{-1} = f(x) : \quad y = \frac{1}{3}$ ✓ (۲)
۲	$\log_2(4^x+15) = x+3 \qquad x_1+x_2 = \log_2 3 + \log_2 5 = \log_2 15$ ✓ $2^{x+3} = 4^x + 15$ $2^x \times 8 = 2^{2x} + 15 \quad \underline{2^x = t}$ $8t = t^2 + 15 \Rightarrow t^2 - 8t + 15 = 0 \quad (t-3)(t-5) = 0 < \begin{matrix} t=3 \\ t=5 \end{matrix}$ $\Rightarrow t = 2^x \Rightarrow 2^x = 3 \Rightarrow \log_2 3 = x_1$ $2^x = 5 \Rightarrow \log_2 5 = x_2$ (۲)
۳	$(\log_{21} 3)^2 + \log_{21} 42 + \log_{21} 1323 = (\log_{21} 3)^2 + \log_{21} (21 \times 2) + \log_{21} (7^2 \times 3^3)$ $(\log_{21} 3)^2 + (\log_{21} 21 + \log_{21} 2)(\log_{21} 7^2 \times 3^2 \times 3) = (\log_{21} 3)^2 + (1 + \log_{21} 2)(\log_{21} 21^2 \times 3)$ $(\log_{21} 3)^2 + (1 + \log_{21} 21 - \log_{21} 3)(2 + \log_{21} 3) = (\log_{21} 3)^2 + (2 - \log_{21} 3)(2 + \log_{21} 3)$ $= (\log_{21} 3)^2 + 4 - (\log_{21} 3)^2 = \boxed{4}$ ✓ (۲)
۴	$\log(x-1)^2 + \log -(x+1)^3 = 5 \Rightarrow \log (x-1)^2(x-1)^3 \times -1 = 5$ $\Rightarrow \sqrt[5]{10^5} = \sqrt[5]{-(x-1)^5} = 10 = -(x-1)$ $\log -(x-1)^5 = 5 \Rightarrow 10^5 = -(x-1)^5 \Rightarrow 10 = -(x-1) : -10 = x-1 \Rightarrow x = -9$ $\boxed{\log_3(-x) = \log_3(-(-9)) = \log_3 9 = 2}$ ✓ (۲)
۵	$\log_2(x^2+2x+4) + \log_2(x-2) = 3$ $\log_2 (x^2+2x+4)(x-2) \Rightarrow$ اتحاد فیل و فنجان $= 3 \Rightarrow x^3 - 8 = 8 \Rightarrow x^3 = 16 \Rightarrow \sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{16}$ $\Rightarrow x = \sqrt[3]{16}$ $\Rightarrow \log_{\sqrt[3]{2}} x \xrightarrow{x=\sqrt[3]{16}} \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{16} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} \log_2 16 = \log_2 2^4 = \boxed{4}$ ✓ (۲)

۶ (۲)

$\log(۲-x) - \log\frac{1}{(x-۲)^{۳}} = ۳ \Rightarrow \log(۲-x) - (-\log(x-۲)^{۳})$

$۳ = \log(x-۲) + \log(x-۲)^{۳} \Rightarrow ۳ = \log -(x-۲)^{۳} \Rightarrow ۱۰^{۳} = -(x-۲)^{۳} \Rightarrow \sqrt[۳]{۱۰^{۳}} = \sqrt[۳]{-(x-۲)^{۳}}$

$\Rightarrow ۱۰ = -(x-۲) \Rightarrow -۱۰ = x-۲ \Rightarrow x = -۸$ ✓

$\log_{\sqrt{۲}}(-(-۸)) = \log_{\sqrt{۲}} ۸ = \frac{1}{\frac{1}{۲}} \log_{۲} ۲^{۳} = ۲ \times ۳ = \boxed{۶}$ ✓

۷ (۲)

$۳^{x^{۲}-۲} = ۸۱^{x} \Rightarrow ۳^{x^{۲}-۲} = ۳^{۴x} \Rightarrow x^{۲}-۲ = ۴x$ $\quad x-۲ \geq ۰,\ x \geq ۲$ (I)

$x^{۲} - ۴x - ۲ = ۰ \quad \Delta = ۱۶ - (-۸) = ۲۴$

$x = \frac{۴ \pm \sqrt{۲۴}}{۲} = \frac{۴ \pm ۲\sqrt{۶}}{۲}$, $x = ۲+\sqrt{۶}$ ✓, $x = ۲-\sqrt{۶} < ۰$ غ ق ق (I)

$\log_{۶}(x-۲) \xrightarrow{x=۲+\sqrt{۶}} \log_{۶}(۲+\sqrt{۶}-۲) = \log_{۶}\sqrt{۶} \Rightarrow \frac{1}{۲}\log_{۶} ۶ = \frac{1}{۲}$ ✓

۸ (۲)

$\log_{۳} ۲ = \frac{۵}{۸} \qquad \log_{c} a = \frac{\log_{b} a}{\log_{b} c}$

$\log_{۱۸} ۸ = \frac{\log_{۳} ۸}{\log_{۳} ۱۸} = \frac{\log_{۳} ۲^{۳}}{\log_{۳} ۹ + \log_{۳} ۲} = \frac{۳\log_{۳} ۲}{۲\log_{۳} ۳ + \log_{۳} ۲} = \frac{۳\log_{۳} ۲}{۲ + \log_{۳} ۲}$, $\log_{۳} ۲ = \frac{۵}{۸}$

$\frac{۳ \times \frac{۵}{۸}}{\frac{۱۶}{۸} + \frac{۵}{۸}} = \frac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۲۱}{۸}} = \frac{۱۵}{۲۱} = \frac{۵}{۷}$ ✓

۹ (۲)

$\log_{۴} ۳ = ۰/۸ \qquad \log_{۴} ۲ = \frac{1}{۲}$

$\log_{۱۲} ۶ = \frac{\log_{۴} ۶}{\log_{۴} ۱۲} = \frac{\log_{۴} ۲ + \log_{۴} ۳}{\log_{۴} ۴ + \log_{۴} ۳} = \frac{\frac{1}{۲} + ۰/۸}{۱ + ۰/۸} = \frac{۱/۳}{۱/۸} = \frac{۱۳}{۱۸}$ ✓

$\log_{۴} ۴ = ۱$

۱۰ (۲)

$(a\log ۲)x^{۲} + ax + b\log ۲ = ۰ \qquad x = -۱$

$x=-۱ \Rightarrow a\log ۲ - a + b\log ۲ = ۰ \Rightarrow a\log ۲ + b\log ۲ = a \Rightarrow \log ۲^{a} + \log ۲^{b} = a$

$\log(۲^{a} \times ۲^{b}) = a \Rightarrow \log ۲^{a+b} = a \Rightarrow ۱۰^{a} = ۲^{a+b} \Rightarrow ۱۰^{a} = ۲^{a} \times ۲^{b} \Rightarrow \frac{۱۰^{a}}{۲^{a}} = ۲^{b}$

$۵^{a} = ۲^{b} \Rightarrow \log_{۲} ۵^{a} = b \Rightarrow a\log_{۲} ۵ = b \Rightarrow \frac{b}{a} = \log_{۲} ۵ \qquad (\sqrt{۲})^{\frac{b}{a}} = \sqrt{۲}^{\log_{۲} ۵}$

$= ۵^{\log_{۲}\sqrt{۲}} = ۵^{\log_{۲} ۲^{\frac{1}{۲}}} = ۵^{\frac{1}{۲}} = \sqrt{۵}$ ✓