محمدامین جعفری   تکلیف ۲۳   ۱۱,۷۵   یازدهم ریاضی B

۱ (۱,۷۵)

$m = n^a$

$(mn)^b = m^b . n^b = (n^a)^b . n^b = n^{ab} . n^b = n^{ab+b} = m^2 n = (n^a)^2 . n = n^{2a} . n = n^{2a+1}$

$2a+1 = ba+b \Rightarrow 2a+1 = b(a+1) \Rightarrow b = \frac{2a+1}{a+1} = 2 - \frac{1}{a+1} \Rightarrow [b] = [2 - \frac{1}{a+1}] = \boxed{1}$

$= 2 - \cancel{[\frac{1}{a+1}] = 1}$

---

۲ الف) (۱)

$\log_{\frac{1}{2}} x \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$

الف) $\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq 0 \rightarrow \frac{x}{-\log_2 x} \geq 0 \xrightarrow{x>0} \log_2 x < 0$ $(0,1)$

$x < 2^0 \rightarrow \boxed{x < 1}$

ب)

$x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) > 0$ $\begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $\Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ ①

$\sqrt{x^2-1} + 1 \neq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$ ② $\xrightarrow{① \cap ② \cap ③} (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ ✓

$x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ ③

---

۳ (۲)

$\Rightarrow 2\log_x a + \frac{1}{2}\log_a x = 2 \Rightarrow 2\log_x a + \frac{1}{2} \frac{1}{\log_x a} = 2$

$\Rightarrow 4(\log_x a)^2 - 4\log_x a + 1 \Rightarrow (2\log_x a - 1)^2 = 0 \Rightarrow 2\log_x a - 1 = 0$

$\Rightarrow 2\log_x a = 1 \Rightarrow \log_x a^2 = 1 \Rightarrow a^2 = x = 9 \Rightarrow a = \pm 3$ ✓
غ ق ق

---

۴ (۰,۵)

$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(\log 9)^2 - 4(\log \frac{5}{4})(\log 15)}}{\log \frac{5}{4}} \xrightarrow[\log \frac{5}{4} = \log 5 - \log 4]{\log 9 = 2\log 3 = 0/8,\ \log 15 = \log 3 + \log 5} = \frac{\sqrt{(0/8)^2 - 4((\log 5)^2 - (\log 4)^2)}}{\log 5 - \log 4}$

---

۵ ۰

$\log_{14} 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 14} = \frac{\log_2 5 + \log_2 2}{\log_2 7 + \log_2 2} = \frac{2+1}{2,8+1} = \frac{3}{3,8} = \boxed{\frac{15}{19}}$

$\log_2 5 = \frac{1}{\log_5 2} = 2$

$$\log_{۱۵}^{۶} = \frac{\log_{۳}^{۶}}{\log_{۳}^{۱۵}} = \frac{\log_{۳}^{۲} + \log_{۳}^{۳}}{\log_{۳}^{۳} + \log_{۳}^{۵}} = \frac{\frac{۵}{۸} + ۱}{۱ + ۱/۵} = \frac{\frac{۱۳}{۸}}{\frac{۵}{۲}} = \boxed{\frac{۱۳}{۲۰}}$$ ۰ ۶

$$\log_{۳}^{۲} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۳}} = \frac{۵}{۸}$$

$$m = \log_{۸}^{۱۸} = \frac{۲}{۳}\log_{۴}^{۱۸} = \frac{۲}{۳}\left(\log_{۴}^{۲} + \log_{۴}^{۹}\right) = \frac{۲}{۳}\left(\frac{۱}{۲} + \log_{۴}^{۹}\right) = \frac{۱}{۳} + \frac{۲}{۳}\log_{۴}^{۹}$$ (۲) ۷

$$\Rightarrow \log_{۴}^{۹} = \frac{۳}{۲}m - \frac{۱}{۲} \qquad \log_{۴}^{۱۲} = \log_{۴}^{۹} + \log_{۴}^{\frac{۴}{۳}} = \frac{۳}{۲}m - \frac{۱}{۲} + \log_{۴}^{۴} - \log_{۴}^{۳}$$

$$\xrightarrow{\log_{۴}^{۳} = \frac{۱}{۲}\log_{۴}^{۹}} \frac{۳}{۲}m - \frac{۱}{۲} + ۱ - \frac{۱}{۲}\left(\frac{۳}{۲}m - \frac{۱}{۲}\right) = \frac{۳}{۲}m + \frac{۱}{۲} - \frac{۳}{۴}m + \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴}m + \frac{۳}{۴}$$ ✓

$$\left(\frac{۴}{۱۰}\right)^{۲x-۱} = \left(\frac{۱۲۵}{۸}\right)^{x^۲} \Rightarrow \left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲x-۱} = \left(\left(\frac{۵}{۲}\right)^{۳}\right)^{x^۲} = \left(\frac{۵}{۲}\right)^{۳x^۲} \Rightarrow \left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲x-۱} = \left(\frac{۲}{۵}\right)^{-۳x^۲} \Rightarrow -۳x^۲ = ۲x-۱$$ ۸

$$\Rightarrow ۳x^۲ + ۲x - ۱ = ۰ \Rightarrow x = \begin{cases} -۱ \\ \frac{۱}{۳} \end{cases}$$ (۲)

$$\Rightarrow \log_{۸}^{(۹x+۱)} = \begin{cases} \log_{۸}(-۹+۱) = \log_{۸}^{-۸} \text{ غ ق ق} \\ \log_{۸}\left(\frac{۹}{۳}+۱\right) = \log_{۸}^{۴} = \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۲} = \frac{۲}{۳} \end{cases}$$ ✓

$$\frac{۲}{۳}(۱+a) = \frac{۲}{۳}\left(\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}\right) = \frac{۲}{۳}\left(\log_{۲}^{۶}\right) = \log_{۸}^{۳۶} = \log_{۸}^{b}$$ (۲) ۹

$$\Rightarrow b = ۳۶ ✓ \Rightarrow \log\left(۳(۳۶) - ۸\right) = \log ۱۰۰ = ۲$$ ✓

$$\frac{۱}{\alpha + \beta} = \frac{۱}{\frac{-b}{-۸a}} = \frac{۸a}{b} = \log ۴ \quad \frac{b+c}{۲} = a$$ (۰/۵) ۱۰

-۴

$\lg\frac{۵}{۳} = \lg ۵ - \lg ۳ = ۰/۷ - ۰/۴ = ۰/۳$ $\qquad \lg ۵ = ۱ - \lg ۲ = ۰/۷$

$\lg ۹ = ۲\lg ۳ = ۲(۰/۴) = ۰/۸$

$\lg ۱۵ = \lg ۳ + \lg ۵ = ۰/۴ + ۰/۷ = ۱/۱$

$۰/۳x^۲ + ۰/۸x - ۱/۱ = ۰ \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x_1 = ۱ \\ x_2 = -\frac{۱/۱}{۰/۳} \end{cases} \rightarrow x_1 - x_2 = \boxed{\frac{۱۴}{۳}}$

-۱۰

$a = \frac{b+c}{۲} \rightarrow b = ۲a - c$

$\frac{1}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}} = \frac{1}{S} = \frac{۴a}{b} = \frac{\cancel{۴}^{۲}a}{۲a-c} = \lg ۴ = \cancel{۲}\lg ۲ \rightarrow \frac{۲a}{۲a-c} = \lg ۲$

$\xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{۲a-c}{۲a} = \lg_۲^{۱۰} \rightarrow ۱ - \lg_۲^{۱۰} = \frac{c}{۲a} \rightarrow ۲ - \lg_۲^{۱۰۰} = \frac{c}{a}$

$(۲^{-\frac{۱}{۸}})^{\frac{c}{a}} = (۲^{\frac{c}{a}})^{-\frac{۱}{۸}} = (۲^{۲-\lg_۲^{۱۰۰}})^{-\frac{۱}{۸}} = (\frac{۴}{۱۰۰})^{-\frac{۱}{۸}} = ۵^{\frac{۱}{۴}} = \boxed{\sqrt[۴]{۵}}$