نام و نام خانوادگی: آرشام پایدی ......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۳ ...... کلاس یازدهم ......

۱۹

**۱** — ۲

$\log_n m = a \to m = n^a \qquad \log_{mn} m^2n = b \xrightarrow{m=n^a} \log_{n^{a+1}} n^{2a+1} = \frac{2a+1}{a+1}\log_n n$

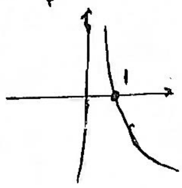
$= \frac{2a+1}{a+1} = b \xrightarrow{a>0} \frac{a+1}{a+1} < \frac{2a+1}{a+1} < \frac{2a+2}{a+1} \Rightarrow 1 < \frac{2a+1}{a+1} < 2$

$\Rightarrow 1<b<2 \Rightarrow [b]=1$ ✓

**۲** — ۲

الف) $\log_{\frac{1}{2}} a \to a>0$

$\log_{\frac{1}{2}} a = 0 \to a=1$ ریشه ، $a \neq 1$



$\frac{a}{\log_{\frac{1}{2}} a} > 0 \to$

| | ۰ | | ۱ | |
|---|---|---|---|---|
| ت‌ن | | + | | - |

$\Rightarrow D = (0,1)$ ✓

ب) $a^2-a-2>0 \to a>2 \cup a<-1$
$(a-2)(a+1)>0$ (I)

$\sqrt{a^2-1} \to a^2-1 \geq 0 \to a^2 \geq 1$

$\to a \geq 1 \cup a \leq -1$ (II)

$\xrightarrow{\text{اشتراک}} (-\infty,-1) \cup (2,+\infty)$ ✓

**۳** — ۲

$2\log_9 a = \log_9 a^2 = \log_{3^2} a^2 = \log_3 a \to \log_3 a + \log_a 3 = 2 \to \log_3 a = t$

$t+\frac{1}{t} = 2 \to t^2+t-2=0 \quad \begin{cases} t=1 \to \log_3 a = 1 \Rightarrow a=3 \ ✓ \\ t=-2 \to \log_3 a = -2 \Rightarrow a = \frac{1}{9} \ ✗ \end{cases}$

در معادله صدق نمی‌کند

$\Rightarrow a=3$ ✓

**۴** — ۲

$\log\frac{5}{3} = \log 5 - \log 3 = \log 10 - \log 2 - \log 3 = 1 - 0.3 - 0.4 = 0.3$

$\log 9 = 2\log 3 = 2 \times 0.4 = 0.8 \qquad \log 15 = \log 5 + \log 3 = \log 10 - \log 2 + \log 3 = 1 - 0.3 + 0.4 = 1.1$

$\Rightarrow 0.3x^2 + 0.8x - 1.1 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x=1 \\ x = \frac{-1.1}{0.3} \end{cases} \Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{3}{3} + \frac{11}{3} = \frac{14}{3}$ ✓

**۵** — ۲

$\log_{14} 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 14} \longrightarrow \log_2 10 = \log_2 5 + \log_2 2 = \frac{1}{\log_5 2} + \log_2 2 = 2+1 = 3$

$\log_2 14 = \log_2 7 + \log_2 2 = 2.8 + 1 = 3.8$

$\Rightarrow \log_{14} 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 14} = \frac{3}{3.8}$ ✓

$\log_{۱۵}^{۶} = \frac{\log_{۳}^{۶}}{\log_{۳}^{۱۵}} \longrightarrow \log_{۳}^{۶} = \log_{۳}^{۳} + \log_{۳}^{۲} = ۱ + \frac{۱}{\log_{۲}^{۳}} = ۱ + \frac{۱}{۱,۶} = ۱,۶۲۵$

$\longrightarrow \log_{۳}^{۱۵} = \log_{۳}^{۳} + \log_{۳}^{۵} = ۱ + ۱,۵ = ۲,۵$ ۲

$\Rightarrow \log_{۱۵}^{۶} = \frac{\log_{۳}^{۶}}{\log_{۳}^{۱۵}} = \frac{۱,۶۲۵}{۲,۵} = ۰,۶۵$ ۶

---

$\log_{۸}^{۱۸} = \log_{۸}^{۲} + \log_{۸}^{۹} = \frac{۱}{۳} + \log_{۲^۳}^{۳^۲} = \frac{۱}{۳} + \left(\frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳}\right) = m \longrightarrow \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} = \cancel{\frac{۲m}{۳}}$

$\Rightarrow \log_{۲}^{۳} = m$ $\longrightarrow \log_{۴}^{۱۲} = \log_{۴}^{۴} + \log_{۴}^{۳} = \log_{۴}^{۴} + \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۳}$ $m-\frac{۱}{۳}$ ۱

$= ۱ + \frac{۱}{۲}m = \frac{۲+m}{۲}$ ۷

---

$\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲x-۱} = \left(\frac{۵}{۲}\right)^{۳x^۲} \Rightarrow ۲x-۱ = -۳x^۲ \longrightarrow ۳x^۲+۲x-۱=۰$ < $x=-۱$ ✗ , $x=\frac{۱}{۳}$ ✓ ۲

$۹x+۱>۰ \longrightarrow ۹x>-۱ \longrightarrow x>\frac{-۱}{۹}$

$\Rightarrow \log_{۸}^{۹x+۱} = \log_{۸}^{۴} = \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۲} = \frac{۲}{۳}$ ۸

---

$\log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳}a \longrightarrow \frac{۲}{۳}a = \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} = \log_{۸}^{۹}$

$\longrightarrow \log_{۸}^{b} - \log_{۸}^{۹} = \frac{۲}{۳} \longrightarrow \log_{۸}^{b/۹} = \frac{۲}{۳} \longrightarrow \frac{b}{۹} = ۸^{۲/۳} = ۴ \longrightarrow b = ۳۶$ ۲

$\longrightarrow \log(۳b-۸) = \log ۱۰۰ = \boxed{۲}$ ۹

---

$S = \frac{-b}{-۴a} = \frac{b}{۴a} \longrightarrow \frac{۱}{S} = \frac{۴a}{b} = \log ۴ \longrightarrow ۴a = b\log ۴ \longrightarrow ۲a = b\times\frac{۱}{۲}\log ۴ = b\log ۲$

$a = \frac{b}{۲}\log ۲$ واسطه حساب $a$ $\longrightarrow \frac{b+c}{۲} = a \longrightarrow b+c = ۲a \longrightarrow c = ۲a-b$ ۲

$\longrightarrow c = b\log ۲ - b = b(\log ۲ - ۱) = b(\log ۲ - \log ۱۰) = b(\log ۰,۲) \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{b(\log ۰,۲)}{\frac{b}{۲}(\log ۲)}$ ۱۰

$= \frac{\log_{۱۰}^{۰,۲}}{\log_{۱۰}^{\sqrt{۲}}} = \log_{\sqrt{۲}}^{۰,۲} \Rightarrow \left(۲^{-\frac{۱}{۸}}\right)^{\log_{\sqrt{۲}}^{۰,۲}} = (۰,۲)^{\log_{\sqrt{۲}}^{۲^{-\frac{۱}{۸}}}} = (۰,۲)^{-\frac{۱}{۴}} = ۵^{\frac{۱}{۴}} = \sqrt[۴]{۵}$

۷-

$$\log_{۸}^{۱۸} = \frac{\log ۱۸}{\log ۸} = \frac{۲\log ۳ + \log ۲}{۳\log ۲} = m \rightarrow \frac{\log ۳}{\log ۲} = \frac{۳m-۱}{۲}$$

$$\log_{۴}^{۱۲} = ۱ + \log_{۴}^{۳} = ۱ + \frac{\log ۳}{۲\log ۲} = ۱ + \frac{۱}{۲}\left(\frac{۳m-۱}{۲}\right) = \boxed{\frac{۳m+۳}{۴}}$$