۱۸,۲۵ ۲۳ B امیرمهدی حزاوری کلاس یازدهم

۱ ۲

$\log_{mn} m^2n = \log_{mn} m + 1$

$\log_{mn} m = \frac{1}{\log_m mn} = \frac{1}{1+\frac{1}{a}} = \frac{a}{a+1}$ $\Rightarrow \log_{mn} m^2n = \frac{2a+1}{a+1} = b$

$\Rightarrow 1+\frac{a}{a+1} = b \Rightarrow [1+\frac{a}{a+1}] = 1 + \overset{0}{\cancel{[\frac{a}{a+1}]}} = 1 = [b]$

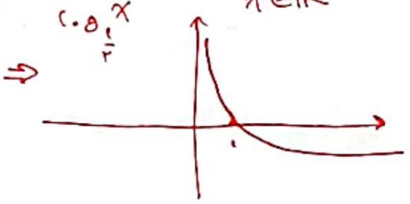
$a < a+1$

---

۲ ۲ الف)

$\log_{\frac12} x \Rightarrow x > 0$ $\quad x\in\mathbb{R}^+$ $\quad \frac{x}{\log_{\frac12} x} \geq 0 \xRightarrow{x>0} \log_{\frac12} x > 0$

$\Rightarrow$ $\log_{\frac12} x$



$\Rightarrow x \in (0,1) \cap \mathbb{R}^+ \Rightarrow D = (0,1)$

ب)

$\log_4 (x^2-x-2) \Rightarrow x^2-x-2 > 0 \Rightarrow$ $+\ \underset{}{\overset{-1}{|}}\ -\ \overset{2}{|}\ +$

$\Rightarrow x \in \mathbb{R} - [-1,2]$ ①

$x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow$ $+\ \overset{-1}{|}\ -\ \overset{1}{|}\ +$ $\Rightarrow x \in \mathbb{R} - (-1,1)$ ②

① $\cap$ ② $= \mathbb{R} - [-1,2] = D$

---

۳ ۲

$2\log_x a = \log_{\sqrt x} a$

$\log_{\sqrt x} a + \log_a \sqrt x = \log_{\sqrt x} a + \frac{1}{\log_{\sqrt x} a} = 2 \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 2$

$\Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow \log_{\sqrt x} a = 1 \Rightarrow a = \sqrt x \xRightarrow{x=9} \sqrt 9 = a$

$\Rightarrow a = 3$

---

۴ ۱,۷۵

$\log 2 \simeq 0.3 \Rightarrow \log 5 \simeq 0.7$

$\log \frac{5}{3} = \log 5 - \log 3 = 0.7 - 0.4 = 0.3$

$\log 9 = 0.8$, $\log 15 = \log 5 + \log 3 = 1.1$

$\Rightarrow 0.3x^2 + 0.8x - 1.1 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 8x - 11 = 0$

$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt\Delta}{|a|} = \frac{\sqrt{196}}{3} = \frac{14}{3}$ دقت!

$\log_{۲}^{۷} = ۲٫۸ \Rightarrow \dfrac{\log_{۲}^{۷}}{\log_{۲}^{۵}} = \boxed{۱٫۴ = \log_{۵}^{۷}}$ ۲

$\log_{۵}^{۲} = ۰٫۵$

$\log_{۱۴}^{۲} + \log_{۱۴}^{۵} = \dfrac{۱}{\log_{۲}^{۷} + \log_{۲}^{۲}} + \dfrac{۱}{\log_{۵}^{۷} + \log_{۵}^{۵}} = \dfrac{۱}{۲٫۸+۱} + \dfrac{۱}{۱٫۴+۰٫۵}$

$\dfrac{۱۰}{۳۸} + \dfrac{۱۰}{۱۹} = \dfrac{۵۷۰}{۷۲۲}$ ✓

---

۶ ۲

$\log_{۳}^{۵} = \dfrac{\log_{۲}^{۵}}{\log_{۲}^{۳}} = \dfrac{۱٫۵}{۱٫۲} =$ ۲٫۴

$\log_{۱۵}^{۳} + \log_{۱۵}^{۲} = \dfrac{۱}{\log_{۳}^{۱۵}} + \dfrac{۱}{\log_{۲}^{۱۵}} = \dfrac{۱}{\log_{۳}^{۵} + \log_{۳}^{۳}} + \dfrac{۱}{\log_{۲}^{۵} + \log_{۲}^{۳}}$

$= \dfrac{۱}{۱+۱٫۵} + \dfrac{۱}{۱٫۲ + ۱٫۲} = \dfrac{۱۰}{۲۵} + \dfrac{۱}{۴} = \dfrac{۶۵}{۱۰۰}$ ✓

---

۷ ۲

$\log_{۸}^{۹} + ۱ = m \Rightarrow \dfrac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} = m-۱ \Rightarrow \log_{۲}^{۳} = \dfrac{۳}{۲}(m-۱)$ ✓

$\log_{۴}^{۴} + \log_{۴}^{۳} = ۱ + \dfrac{\log_{۲}^{۳}}{۲} = ۱ + \dfrac{۳}{۴}(m-۱)$ ✓ $= \dfrac{۳m+۳}{۴}$ دقت!

---

۸ ۲

$\left(\dfrac{۲}{۵}\right)^{۲x-۱} = \left(\dfrac{۵}{۲}\right)^{۳x^۲} \Rightarrow ۳x^۲ = -۲x+۱$

$۳x^۲ + ۲x - ۱ = ۰ \qquad \dfrac{-۲ \pm ۴}{۶} = \dfrac{۱}{۳}, -۱ \Rightarrow \log_{۸}^{۹x+۱} = \log_{۸}^{۴} =$

$\dfrac{۲}{۳}$ ✓

---

۹ ۲

$۱ + a = ۱ + \log_{۲}^{۳} = \log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳} = \log_{۲}^{۶}$

$\dfrac{۲}{۳}\log_{۲}^{۶} = \log_{۸}^{۳۶} = \log_{۸}^{b} \Rightarrow \boxed{b = ۳۶}$ ✓ $\Rightarrow \log(۱۰۸-۸) = \log ۱۰۰ = ۲$ ✓

---

۱۰ ۰٫۵

$\log^{۴} = -\dfrac{b}{۲c} \Rightarrow \dfrac{b}{c} = \dfrac{۱}{\log_{۱۲}^{!}} \Rightarrow \dfrac{b}{c} = \log_{۱۲}^{۱۰}$

$\dfrac{b+c}{۲} = a \Rightarrow b + c = ۲a \Rightarrow b = c - ۲a \Rightarrow \dfrac{b}{c} = ۱ - \dfrac{۲a}{c}$

$-\dfrac{۲a}{c} = \log_{۱۶}^{\frac{۵}{۸}} \Rightarrow \dfrac{a}{c} = \log_{\frac{۵}{۸}}^{۲۵۶} \Rightarrow \dfrac{c}{a} = \log_{۲۵۶}^{\frac{۵}{۸}}$

$\Rightarrow \dfrac{c}{a} = \dfrac{۱}{۸} \times (\log_{۲}^{۵} - ۳) \Rightarrow \left(\left(۲^{-\frac{۱}{۸}}\right)^{\frac{۱}{۸}}\right)^{\log_{۲}^{۵} - ۳} = \dfrac{۵^{-\frac{۱}{۶۴}}}{۸^{-\frac{۱}{۶۴}}} = \dfrac{۸^{\frac{۱}{۶۴}}}{۵^{\frac{۱}{۶۴}}}$

$= \sqrt[۶۴]{\dfrac{۸}{۵}}$

۱۰-

$$a = \frac{b+c}{2} \rightarrow b = 2a - c$$

$$\frac{1}{x_1+x_2} = \frac{1}{S} = \frac{4a}{b} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}a}{2a-c} = \log 4 = \cancel{2}\log 2 \rightarrow \frac{2a}{2a-c} = \log 2$$

معکوس $\rightarrow$ $$\frac{2a-c}{2a} = \log_2 10 \rightarrow 1 - \log_2 10 = \frac{c}{2a} \rightarrow 2 - \log_2 100 = \frac{c}{a}$$

$$\left(2^{-\frac{1}{8}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(2^{\frac{c}{a}}\right)^{-\frac{1}{8}} = \left(2^{2-\log_2 100}\right)^{-\frac{1}{8}} = \left(\frac{4}{100}\right)^{-\frac{1}{8}} = 5^{\frac{1}{4}} = \boxed{\sqrt[4]{5}}$$