

به نام خدا

ونراد حاجی بابائی - یازدهم پسر B - تکلیف شماره ۱۱ - توابع و خواص آنها

$$2x^2 + y^2 - 4x + 4y + k = 0 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 2 + y^2 + 4y + 4 - 2 - 4 + k = 0$$

$$\Rightarrow 2(x^2 - 2x + 1) + (y + 2)^2 + k - 4 = 0 \Rightarrow 2(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + k - 4 = 0$$

زیرا دو عبارت ماضی جمعشان جایز برابر یک بزرگتر از ۱۱ باشد این عبارت ناقص باشد و زمانی که کمتر ۱۱ است این عبارت ناقص خواهد بود برای اینکه این عبارت ناقص باشد جایز k اثر ۱۱ را خنثی کند (باید بدین صفر شود) $\leftarrow \boxed{k = 11}$

$$f(a) = \begin{cases} a^2 + 4a & ; a \geq 1 \\ 2a + a + 2 & ; a \leq 1 \end{cases} \xrightarrow{a=a} \Rightarrow f(a) = a^2 + 4a = 2a + a + 2 \Rightarrow a^2 + a - 2 \Rightarrow (a+2)(a-1) = 0$$

$\begin{cases} a = 1 \checkmark \\ a = -2 \times \end{cases}$

$$\Rightarrow f(a) = \begin{cases} a^2 + 4a & ; a \geq 1 \\ 2a + 3 & ; a \leq 1 \end{cases} \Rightarrow f(1) = (1)^2 + 4(1) = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \boxed{f(1) = 5}$$

چون a باید مثبت باشد و نتیجه مقدار ۱ برای قابل قبول است.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b; & |x+1| \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} x+1 \geq 2 \Rightarrow x \geq 1 \\ x+1 \leq -2 \Rightarrow x \leq -3 \end{cases} \\ a+2x; & -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$$

۳

حاصل $a+b$

$$\Rightarrow f(-3) = 2(9) - b = a + 2(-3) \Rightarrow 18 - b = a - 6 \Rightarrow \boxed{24 = a + b}$$

$$y = \sqrt{4x - a} + \sqrt{b - 3x}$$

$$4x \geq a$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{a}{4}$$

$$b \geq 3x$$

$$\Rightarrow \frac{b}{3} \geq x$$

آوردیم فقط ۲ جا شد، $a_{\frac{1}{4}} = 2$ و $b_{\frac{1}{3}} = 2$

در نتیجه $a = 12$ ، $b = 6$

$$\frac{b}{a} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{جواب این داریم}$$

۴

$$y = \sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}} + \sqrt{\frac{4-x}{x^2+2x+4}}$$

$$\text{شرط اول: } \sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}} \rightarrow \frac{-1}{-} + \frac{3}{+} \rightarrow [-1, 3) \cup (3, +\infty) \quad (I)$$

$$\text{شرط دوم: } \sqrt{\frac{4-x}{x^2+2x+4}} \rightarrow \frac{4}{+} - \rightarrow (-\infty, 4] \quad (II)$$

این عبارت ریشه ندارد و همواره مثبت است $\rightarrow \Delta \rightarrow 4 - 4(1)(4) \Rightarrow 4 - 16 = -12 < 0$

$$D_f = (I) \cap (II) \rightarrow [-1, 3) \cup (3, 4] \rightarrow D_f = [-1, 3) \cup (3, 4]$$

۵

$$y = \sqrt{[x]-4} + \sqrt{4-[x]}$$

$$\text{شرط اول: } \sqrt{[x]-4} \Rightarrow [x]-4 \geq 0 \Rightarrow [x] \geq 4 \Rightarrow x \geq 4 \quad (I)$$

$$\text{شرط دوم: } \sqrt{4-[x]} \Rightarrow 4-[x] \geq 0 \Rightarrow 4 \geq [x] \Rightarrow 4 > x \quad (II)$$

$$D_f = (I) \cap (II) \rightarrow \emptyset \rightarrow D_f = \emptyset$$

دامنه این تابع تهی می باشد

$$a) y = \sqrt{\frac{x^2 - x - 4}{x^2 - 13x^2 + 34}} \Rightarrow \sqrt{\frac{(x-3)(x+2)}{(x^2-9)(x^2-4)}} \Rightarrow \sqrt{\frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}}$$

$$\rightarrow \begin{array}{c} -3 \quad -2 \quad 2 \quad 3 \\ + \quad - \quad - \quad + \end{array} \rightarrow D_f = (-\infty, 3) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$$

$$b) y = \sqrt{\frac{x^2 - 2x^2 - 2x + 4}{x^2 + 2x^2 - 2x - 4}} \Rightarrow \sqrt{\frac{(x-1)(x-3)(x+2)}{(x+1)(x+2)(x-2)}}$$

$$\rightarrow \begin{array}{c} -3 \quad -2 \quad -1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \\ + \quad - \quad + \quad - \quad + \quad - \end{array}$$

$$\rightarrow D_f = (-\infty, -3) \cup [-2, -1) \cup [1, 2) \cup [3, +\infty)$$

Y

$$a) y = \sqrt{[-x] - 2} \rightarrow [-x] - 2 \geq 0 \Rightarrow [-x] \geq 2 \Rightarrow -x \geq 2$$

$$\rightarrow x \leq -2 \rightarrow D_f = (-\infty, -2]$$

V

$$b) y = \frac{5x^2 + 4}{[x]^2 - 2[x] - 3} \quad [x] = n \text{ (مخرج صفري ممنوع)}$$

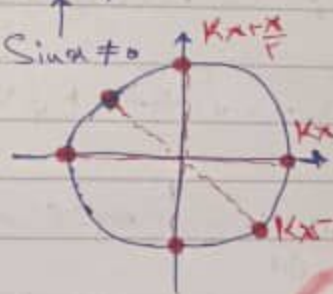
$$\rightarrow n^2 - 2n - 3 \neq 0$$

$$\Rightarrow (n-3)(n+1) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} n \neq 3 \rightarrow [x] \neq 3 \rightarrow x \notin [3, 4) \\ n \neq -1 \rightarrow [x] \neq -1 \rightarrow x \notin [-1, 0) \end{cases}$$

$$\rightarrow D_f = \mathbb{R} - ([3, 4) \cup [-1, 0))$$

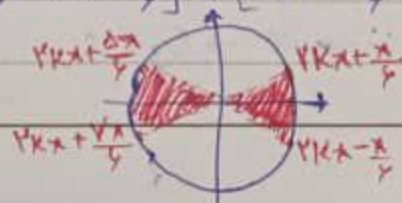
$$a) y = \frac{\cos(x+1)}{\tan(x+1)} \rightarrow \text{شروط: } \tan(x+1) \neq 0 \text{ و } \cos(x+1) \neq 0$$

$$\rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{ kx - \frac{\pi}{2}, kx, kx + \frac{\pi}{2} \right\} \quad (k \in \mathbb{Z})$$



$$b) y = \sqrt{1 - 4\sin^2 x} \Rightarrow 1 - 4\sin^2 x \geq 0 \Rightarrow |\sin x| \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{1}{2} \rightarrow D_f = \left[2kx - \frac{\pi}{2}, 2kx + \frac{\pi}{2} \right] \cup \left[2kx + \frac{3\pi}{2}, 2kx + \frac{5\pi}{2} \right]$$



$$\text{الف) } y = \sqrt{1 - \log_k^{x-1}}$$

$$\text{شرطه دامنه: } 1) \ x-1 > 0 \Rightarrow x > 1 \quad (I)$$

$$2) \ 1 - \log_k^{x-1} \geq 0 \Rightarrow 1 \geq \log_k^{x-1} \quad \text{چون پایه لگاریتم } (\frac{1}{k}) \text{ بین صفر و یک است، این نامساوی معادل است با:}$$

$$x-1 \geq \left(\frac{1}{k}\right)' \Rightarrow x \geq \frac{k}{k-1} \quad (II)$$

$$D_f = (I) \cap (II) \rightarrow D_f = \left[\frac{k}{k-1}, +\infty\right)$$

$$\text{ب) } y = \frac{\sqrt{x^2 - x}}{1 - \log_k^{x^2 - x}} \rightarrow \frac{\sqrt{x(x-1)}}{1 - \log_k^{x^2 - x}}$$

$$\text{شرطه زیاده: } x(x-1) \geq 0 \rightarrow \frac{0}{+} \frac{+}{-} \frac{+}{+} \rightarrow x \leq 0 \text{ یا } x \geq 1 \quad (I)$$

$$\text{خفاش تکریم مثبت: } x^2 - 3x \geq 0 \rightarrow \frac{0}{+} \frac{+}{-} \frac{+}{+} \rightarrow x \leq 0 \text{ یا } x \geq 3 \quad (II)$$

$$\text{مخرج غیر صفر: } 1 - \log_k^{x^2 - x} \neq 0 \Rightarrow 1 \neq \log_k^{x^2 - x} \Rightarrow x^2 - 3x \neq k \Rightarrow x^2 - 3x - k \neq 0$$

$$\Rightarrow (x-k)(x+1) \neq 0 \rightarrow \begin{cases} x \neq k \\ x \neq -1 \end{cases} \quad (III)$$

$$D_f = (I) \cap (II) \cap (III) \rightarrow D_f = ((-\infty, 0) - \{-1\}) \cup ((3, +\infty) - \{k\})$$

$$\text{یا } D_f = ((-\infty, 0) \cup (3, +\infty)) - \{-1, k\}$$

$$\text{الف) } y = \sqrt{y^{kx-x^2} - 1} \Rightarrow y^{kx-x^2} \geq 1 \Rightarrow y^{kx-x^2} > y^k \Rightarrow kx-x^2 \geq k$$

$$\Rightarrow x^2 - kx + k \leq 0 \Rightarrow (x-k)(x-1) \leq 0 \rightarrow \frac{1}{+} \frac{+}{-} \frac{+}{+} \rightarrow D_f = [1, k]$$

$$\hookrightarrow y = \left(\frac{r_n + \Delta}{r_n + K} \right)! \Rightarrow \frac{r_n + \Delta}{r_n + K} \in IW \Rightarrow r_n + \Delta \in r_n IW + K IW$$

$$\Rightarrow r_n - r_n IW \in K IW - \Delta \Rightarrow n(r - r IW) \in K IW - \Delta \Rightarrow n \in \frac{K IW - \Delta}{r - r IW}$$

$$\Rightarrow P_f = \left\{ n \mid n = \frac{K K - \Delta}{r - r K}, K \in IW \right\}$$

