

۱۹, ۵

$$3\alpha^2 - \alpha\alpha + 1 = 0$$

ریشه های این معادله را β و γ در نظر می گیریم

$$P = \frac{F}{p} = 13\beta^2 \Rightarrow \beta^2 = \frac{F}{13} \Rightarrow \beta = \pm \sqrt{\frac{F}{13}} \Rightarrow S = 3\beta + \beta = 4\beta$$

$$\begin{aligned} \beta = \frac{F}{p} &\rightarrow S = \frac{F}{p} = -\frac{1}{p} \Rightarrow \alpha = -1 \\ \beta = \frac{F}{p} &\rightarrow S = \frac{F}{p} = -\frac{1}{p} \Rightarrow \alpha = 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \alpha = 1 \end{cases}$$

$$\boxed{1 - (-1) = 12} \checkmark \leftarrow \text{اختلاف دو مقدار}$$

(۲)

(۱)

$$34\alpha^2 - (m+14)\alpha + 1 = 0$$

$$m\alpha^2 + 3\alpha + 2 = 0$$

$$\sqrt{\frac{1}{\alpha_1}} + \sqrt{\frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1}} + \frac{1}{\sqrt{\alpha_2}} = \Delta$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{\alpha_1} + \sqrt{\alpha_2}}{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}} = \Delta \Rightarrow \frac{\sqrt{S+2\sqrt{P}}}{\sqrt{P}} = \Delta \Rightarrow \sqrt{S+2\sqrt{P}} = \Delta\sqrt{P}$$

$$\Rightarrow S+2\sqrt{P} = 2\Delta P \xrightarrow{P=\frac{1}{34}} S+2 \times \frac{1}{4} = 2\Delta \times \frac{1}{34} \Rightarrow S = \frac{2\Delta}{34} - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S = \frac{2\Delta - 17}{34} = \frac{13}{34} = \frac{m+14}{34} \Rightarrow m = -1$$

$$-\alpha^2 + 3\alpha + 2 = 0 \Rightarrow P = -2 \checkmark$$

حاصل ضرب ریشه های این معادله برابر ۲- است

$$\alpha^2 - S\alpha + P = 0$$

ابتدا من تا نیمه α و در جواب های معادله درجه دوم زیر هستند:

$$t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow (t+1)(t-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases}$$

بنابراین یکی از عدد های α و β برابر

۱- است. در نتیجه ۱- جواب معادله درجه دوم داده شده است:

$$K\alpha^3 + K\alpha^2 - 9\alpha - 2 = 0 \xrightarrow{\alpha=-1} K(-1)^3 + K(-1)^2 - 9(-1) - 2 = 0 \Rightarrow -K + K + 9 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{K = -7} \checkmark$$

(۲)

(۳)

$$\frac{-4 - \sqrt{34 - 4a}}{2} = -3 - \sqrt{a - a}$$

جواب های معادله $\alpha^2 + 4\alpha + a = 0$ برابرند با:

$$\frac{-4 + \sqrt{34 - 4a}}{2} = -3 + \sqrt{a - a}$$

$$\alpha = -3 - \sqrt{a - a}$$

: $\alpha < \beta$ چون

$$\beta = -3 + \sqrt{a - a}$$

(۴)

$$3\alpha^2 = 3(-3 - \sqrt{9-a})^2 = 54 - 36a + 18\sqrt{9-a}$$

$$2\beta^2 = 2(-3 + \sqrt{9-a})^2 = 36 - 24a - 12\sqrt{9-a}$$

$$\Rightarrow 3\alpha^2 + 2\beta^2 = 90 - 60a + 6\sqrt{9-a} = 12\sqrt{2} + 18$$

با توجه به اینکه یک طرف معادله رادیکال و طرف دیگر

عددی است + رادیکال داریم که مشتق عددها باید صفر

شود و آخر $a=1$ مقداریم که معادله صدق من کند پس $a=1$ است

$$\Rightarrow a=1$$

من دانستم که در یک معادله دو مجهولی جمع ریشه ها (S) برابر صفر است

$$x^2 = t$$

$$x^2 - vx - a = 0 \Rightarrow t^2 - vt - a = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{v + \sqrt{v^2 + 4a}}{2} \\ t = \frac{v - \sqrt{v^2 + 4a}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow t = \frac{v + \sqrt{v^2 + 4a}}{2} = x^2$$

$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{\frac{v + \sqrt{v^2 + 4a}}{2}} \quad x_2 = -\sqrt{\frac{v + \sqrt{v^2 + 4a}}{2}} \quad S = x_1 + x_2 = 0$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = -\left(\sqrt{\frac{v + \sqrt{v^2 + 4a}}{2}}\right)^2 = -\frac{v + \sqrt{v^2 + 4a}}{2}$$

$$2P^2 - 2SP + 2S = 2\left(-\frac{v + \sqrt{v^2 + 4a}}{2}\right)^2 = 2\left(\frac{v^2 + 4a + 14\sqrt{v^2 + 4a}}{4}\right) = 5a + v\sqrt{4a}$$

ریشه های معادله $2x^2 - ax + b = 0$ را $\alpha + \gamma\delta$ و $\beta + \gamma\delta$ در نظر می گیریم

ریشه های معادله $2ax^2 + ax - \gamma = 0$ را α و β در نظر می گیریم

$$S_1 = \alpha + \gamma\delta + \beta + \gamma\delta = \alpha + \beta + 1 = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} + 1 = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow a=1$$

$$S_2 = \alpha + \beta = \frac{-a}{2a} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2} = -3 \Rightarrow b = -6$$

$$P_1 = \frac{b}{2} = (\alpha + \gamma\delta)(\beta + \gamma\delta) = \alpha\beta + \gamma\delta\alpha + \gamma\delta\beta + \gamma^2\delta^2 = \frac{\alpha\beta}{-2} + \gamma\delta(\alpha + \beta) + \gamma^2\delta^2$$

$$P_2 = \frac{-\gamma}{2a} = \frac{-3}{1} = -3 = \alpha\beta$$

$$(a=1)$$

$$\left[\frac{ab}{c}\right] = \left[\frac{-6}{1}\right] = \left[\frac{-3}{1}\right] = -3$$

$$\alpha x^r - \alpha x - b = 0 \quad F_0 \beta^r + Y_0 \alpha^r - Y_0 \beta = 1V \quad \therefore \text{اختلاف ریشه ها} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \alpha : \alpha^r - \alpha^r - b = 0 \\ x = \beta : \alpha \beta^r - \alpha \beta - b = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha^r - \alpha^r - b = \alpha \beta^r - \alpha \beta - b \Rightarrow \alpha^r - \alpha = \beta^r - \beta$$

$$\Rightarrow \alpha^r - \beta^r - (\alpha - \beta) = 0 \Rightarrow (\alpha - \beta)(\alpha + \beta) - (\alpha - \beta) = 0$$

$$\Rightarrow (\alpha - \beta)(\alpha + \beta - 1) = 0 \xrightarrow{\alpha \neq \beta} \alpha + \beta - 1 = 0 \Rightarrow \alpha + \beta = 1 \Rightarrow \beta - 1 = -\alpha$$

$$F_0 \beta^r + Y_0 \alpha^r - Y_0 \beta = 1V \Rightarrow Y_0 \alpha^r + Y_0 \beta^r + Y_0 \beta^r - Y_0 \beta = 1V$$

$$\Rightarrow Y_0(\alpha^r + \beta^r) + Y_0 \beta(\beta - 1) = 1V \Rightarrow Y_0 \left(1^r - \left(\frac{-Y_0 b}{a} \right) \right) + Y_0 \beta(-\alpha) = 1V$$

$$\Rightarrow Y_0 \left(\frac{a + Y_0 b}{a} \right) - Y_0 \alpha \beta = 1V \Rightarrow Y_0 + \frac{F_0 b}{a} - Y_0 \alpha \beta = 1V \quad (r)$$

$$\Rightarrow r = \frac{-Y_0 b}{a} - \frac{F_0 b}{a} \Rightarrow r = \frac{-Y_0 b}{a} \Rightarrow 1 = \frac{-Y_0 b}{a} \Rightarrow \frac{-1}{\omega} = \frac{F b}{a}$$

$$|\alpha_1 - \alpha_r| = \sqrt{S^r - F P^r} = \sqrt{1 - F \left(\frac{-b}{a} \right)} = \sqrt{1 + \frac{F b}{a}} = \sqrt{1 - \frac{1}{\omega}} = \sqrt{\frac{F}{\omega}}$$

$$= \frac{r}{\sqrt{\Delta}} = \frac{r \sqrt{\Delta}}{\Delta} \quad \checkmark$$

$$\frac{r \sqrt{\Delta}}{\Delta} = \text{اختلاف ریشه های معادله}$$

ریشه های معادله $x^r - (a+1)x + a = 0$ را $rK+1$ و $rK-1$ در نظر می گیریم.
ریشه های معادله $x^r - (ra+1)x + b = 0$ را rL و $rL+r$ در نظر می گیریم.

معادله اول

$$S_1 = rK-1 + rK+1 = FK = a+1 \quad P_1 = (rK-1)(rK+1) = FK^r - 1 = a$$

$$\Rightarrow FK = FK^r - 1 + 1 \Rightarrow FK = FK^r \Rightarrow K = K^r \Rightarrow K = 0 \text{ و } K = 1$$

$$\Rightarrow K = a+1 \Rightarrow \boxed{a=r}$$

$$\Rightarrow P_1 = r$$

زیرا اگر $K=0$ باشد جواب های معادله اعداد طبیعی نیستند.

$$S_r = rL + rL + r = FK + r = ra + 1 \Rightarrow FK + r = 1 \Rightarrow L = r \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = r \\ \alpha_r = r \end{cases}$$

$$P_r = b = F \times r = rF$$

$$|P_r - P_1| = |rF - r| = r \quad \checkmark$$

اختلاف حاصل ضرب ریشه های دو معادله

$$\alpha^2 + \alpha - 1 - m^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 + \alpha - 1 - m^2 = 0 \Rightarrow \alpha^2 = m^2 + 1 - \alpha \\ \beta^2 + \beta - 1 - m^2 = 0 \Rightarrow \beta^2 = m^2 + 1 - \beta \end{cases}$$

$$S = \alpha + \beta = -1$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 2m^2 + 2 - (\alpha + \beta) \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 2m^2 + 2 + 1 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 2m^2 + 3$$

کمترین مقدار ممکن برای $\alpha^2 + \beta^2$ زمانی است که $2m^2 + 3$ کمترین مقدار را داشته باشد و کمترین مقدار آن زمانی رخ می‌دهد که $2m^2$ برابر صفر است. در نتیجه کمترین مقدار این عبارت برابر ۳ است.

$$\downarrow (\alpha^2 + \beta^2) = \downarrow 2m^2 + 3 \Rightarrow (\alpha^2 + \beta^2)_{\min} = 3 \quad \checkmark$$

$$\frac{x_A + x_B}{r} = \frac{-b}{ra} \Rightarrow \frac{-r}{r} = \frac{-b}{ra} \Rightarrow \frac{-b}{ra} = -1$$

$$S(-1, 1) \quad \checkmark$$

$$y = a(x-h)^2 + K$$

معادله دایره با مختصات رأس (h, K) برابر است با:

$$\Rightarrow y = a(x+1)^2 + 1 \Rightarrow y = a(x^2 + 2x + 1) + 1 \Rightarrow y = ax^2 + 2ax + (a+1)$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \Delta \Rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \Delta$$

$$\Rightarrow S^2 - 2P = \Delta \Rightarrow (-2)^2 - 2\left(\frac{1}{a}\right)(a+1) = \Delta \Rightarrow 4 - 2\left(\frac{1}{a}\right)(a+1) = \Delta \quad (1, 5)$$

وقت!

$$\Rightarrow 2\left(\frac{1}{a}\right)(a+1) + 1 = 0 \Rightarrow 2a + 2 = -a \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \Rightarrow \text{عرض از مبدأ: } a+1 = -\frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

این سهون محور y را در نقطه‌ای با عرض $\frac{1}{3}$ قطع می‌کند.