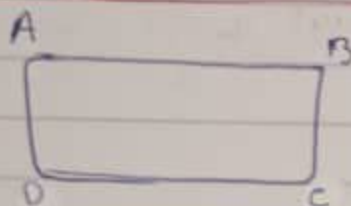


$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{K - m}{-2 - 4} = \frac{K - m}{-6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{K - m}{3} = 1 \Rightarrow K - m = 3$$

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{9^2 + (K - m)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18}$$

$$AB^2 = (\sqrt{18})^2 = 18 \Rightarrow S_{\text{مربع}} = 18 \checkmark$$



$$\Rightarrow x_A + x_C = x_D + x_B \Rightarrow -1 + x = -1 - x + 3$$

$$\Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = 1.5$$

$$\Rightarrow y_A + y_C = y_D + y_B \Rightarrow 4 + y = y + 3 + 1$$

$$AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 = DC = \sqrt{(1 + 2)^2 + 3^2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} \checkmark$$

$$AD = BC = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{(3 - x)^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + (y - 1)^2}$$

$$\text{مساحت مستطیل: } 2\left(\frac{3}{2}\right) + 2\sqrt{\frac{9}{4} + (y - 1)^2} = 3 + 2\sqrt{\frac{9}{4} + (y - 1)^2}$$

$$2mx + (m^2 - 1)y = 3 \Rightarrow (m^2 - 1)y = -2mx + 3 \Rightarrow a = \frac{-2m}{m^2 - 1}$$

$$\sin \alpha = a = \tan \alpha \Rightarrow a = \tan \alpha = \sqrt{3} = \frac{-2m}{m^2 - 1} \Rightarrow \sqrt{3}m^2 - \sqrt{3} + 2m = 0$$

$$\text{فاصله از مرکز} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4 - 4(\sqrt{3})(-\sqrt{3})}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \checkmark$$

طول ارتفاع AH یعنی فاصله نقطه A تا خط BC: $C(0, 1)$ $B(2, 2)$ $A(1, 4)$

$$m_{BC} = \frac{2 - 1}{2 - 0} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 1 + 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow \frac{1}{2}x - y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow AH = 2\sqrt{5}$$

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2(1) - (4) - 2|}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5} \checkmark$$

طول ارتفاع BH یعنی فاصله نقطه B از AC

$$BC: 2y - 7x = -19 \Rightarrow \begin{cases} -2y + 7x = 19 \\ 2y + 7x = 19 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 14x = 38 \Rightarrow x = \frac{19}{7} \Rightarrow y = 1$$

$$AB: y + 7x = 7$$

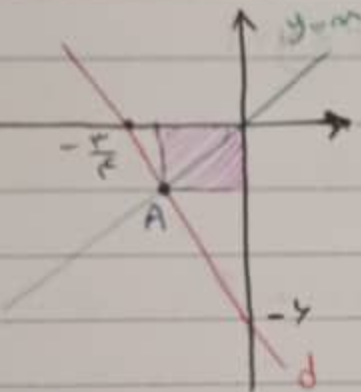
$$2y + 7x = 19$$

$$B \left| \begin{matrix} 7 \\ 1 \end{matrix} \right.$$

$$AC: 5y - 7x = 14$$

$$\Rightarrow BH = \frac{19}{7}$$

$$BH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-7(\frac{19}{7}) + 5(1) - 14|}{\sqrt{25}} = \frac{|-19 + 5 - 14|}{5} = \frac{|-28|}{5} = \frac{28}{5} = \frac{19}{7}$$



$$\Rightarrow m_d = \frac{-4 - 0}{0 - \frac{7}{5}} = \frac{-4}{-\frac{7}{5}} = -\frac{20}{7}$$

$$d: y = -\frac{20}{7}x - 4$$

$$A: \begin{cases} y = x \\ y = -\frac{20}{7}x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x \\ -y = \frac{20}{7}x + 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 9x + 4 = 0 \Rightarrow 9x = -4$$

$$\Rightarrow x = -\frac{4}{9}$$

$$A \left| \begin{matrix} -\frac{4}{9} \\ -\frac{4}{9} \end{matrix} \right.$$

$$\Rightarrow \text{قطر مربع} = A, \text{فاصله} = \sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^2 + \left(\frac{4}{9}\right)^2}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \text{قطر مربع} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

چون دو ضلع مقابل بهم یک مستطیل روی این دو خط هستند یعنی دو خط بهم موازی هستند

$$\begin{cases} y - ax = 1 \\ ay - x = a - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - ax - 1 = 0 \\ ay - x - a + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{-a}{-1} \neq \frac{-1}{-a+1}$$

$$\Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} a=1: y-x-1=0 & y-x=0 & \checkmark \\ a=-1: -y-x+2=0 & y+x-1=0 & \times \end{cases}$$

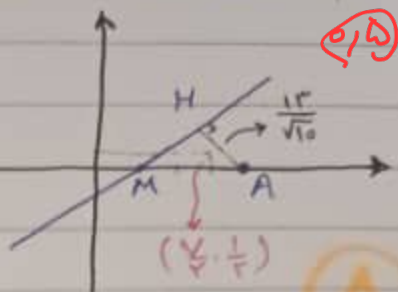
$$\begin{cases} y-x=1 \\ y-x=0 \end{cases} \Rightarrow \text{فاصله} = \frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + d^2 = \Delta^2$$

$$\Rightarrow d = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow d = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad S = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Delta$$

ابتدا فاصله نقطه $A(4,0)$ از خط $x-3y=1$ را می یابیم:

دقت!

$$\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|1(4)-3(0)-1|}{\sqrt{1^2+3^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$



ارتفاع h (دور از روی خط) طولی برابر داشته باشد و رأس A تا آن خط فاصله d داشته باشد، مساحت مثلث با قاعده d و ارتفاع h برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} d h \xrightarrow{h=d} \frac{1}{2} d \cdot d = \frac{d^2}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left(\frac{13}{\sqrt{10}} \right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{169}{10} = \frac{169}{20}$$

با توجه به اینکه دو نقطه روی خط قرار دارند، شیب خط برابر $\sqrt{3}$ داریم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \sqrt{3} = \frac{a-b}{-\frac{1}{4}} \Rightarrow \sqrt{3} = 4(b-a) \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} = b-a$$

$$\text{فاصله دو نقطه} \rightarrow \text{طول ضلع} : \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + (b-a)^2} = \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{3}{16}} = \sqrt{\frac{4}{16}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{طول قطر مربع} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{طول ضلع مربع} \times \sqrt{2} = \text{طول قطر مربع}$$

دایره با مرکز مبدأ و شامل نقطه $(-3, -4)$ است، در نتیجه شعاع دایره ۵ است. خط مماس بر دایره در این نقطه بر شعاع عمود است، پس معادله خط ما:

$$-3(x+3) - 4(y+4) = 0 \Rightarrow 3x + 4y + 25 = 0 \Rightarrow \frac{\text{شیب}}{\text{خط}} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\text{شیب}}{\text{خط مماس}} = \frac{4}{3}$$

این خط چون مماس بر دایره است، فاصله اش از مرکز باید برابر شعاع یعنی ۵ باشد:

$$3x - 4y + 25 = 0 \quad \text{فاصله از مرکز} : \frac{|3b|}{5} = 5 \Rightarrow |b| = \frac{25}{3} \Rightarrow b = \frac{25}{3}$$

چون نقطه قاطع در ربع دوم است $(x < 0, y > 0)$ ، $b > 0$.

$$\begin{cases} 3x + 4y + 25 = 0 \\ y = \frac{4}{3}x + \frac{25}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y + 25 = 0 \\ 4x + 25 - 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x + 12y + 75 = 0 \\ 12x + 100 - 12y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 21x = -175 \Rightarrow x = -\frac{25}{3} \\ y = -1 \end{cases}$$

Arman

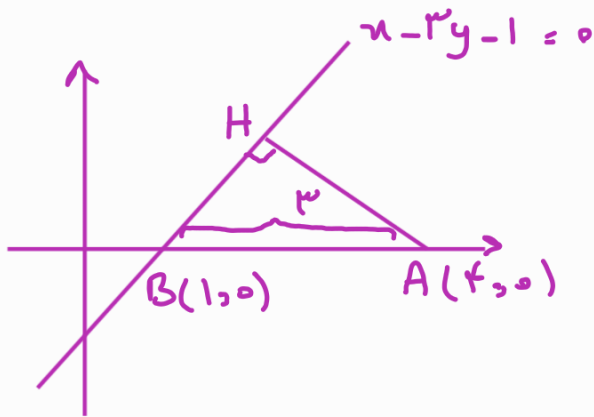
$$\text{فاصله از مرکز} : (-\frac{25}{3}) \times (-1) = \frac{25}{3}$$

$$m_{AB} \times m_{BC} = -1 \rightarrow -\frac{r}{r} \times \frac{y-1}{-\frac{r}{r}} = -1 \rightarrow y = -1$$

$$|AB| = \sqrt{14+9} = 5$$

$$\rightarrow \rho = 15$$

$$|BC| = \sqrt{\frac{9}{r} + r} = \frac{5}{r}$$



$$|AH| = \frac{|4 - 0 - 1|}{\sqrt{9+1}} = \frac{r}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{9}{10} (\cancel{AH})^r + (BH)^r = (\cancel{AB})^r \rightarrow BH = \frac{9}{\sqrt{10}}$$

$$S_{\Delta} = \frac{9}{\sqrt{10}} \times \frac{r}{\sqrt{10}} \times \frac{1}{r} = \frac{r}{r_0} = 1,35$$