تکلیف شماره ۱۴ — معین نصری — یازدهم سپهر B

۲۰ عالی نوشتی!

① (۲)

$y=-x^2+bx+3$

$max=7 \longrightarrow -\frac{\Delta}{4a}=7 \longrightarrow -\frac{(b^2+12)}{-4}=7 \longrightarrow b^2+12=28$

$b^2=16 \Rightarrow b=\pm 4$ ✓

② (۲)

الف) $f(x)=x^4+2x^2+3 \xrightarrow{t=x^2} t^2+2t+3=0 \xrightarrow{\Delta<0}$ ریشه (صفر) ندارد! ✓

ب) $f(x)=(4-x^2)^2-2(4-x^2)-15 \xrightarrow{4-x^2=t} t^2-2t-15=0 \longrightarrow (t-5)(t+3)=0$

$t=5,-3$

$\Rightarrow t \begin{cases} 5=4-x^2 \longrightarrow 1=-x^2 \ ✗ \\ -3=4-x^2 \longrightarrow -7=-x^2 \longrightarrow x^2=7 \longrightarrow x=\pm\sqrt{7} \end{cases}$ ✓

③ (۲)

$4x^2-16x+m=0 \qquad a\ ,\ a+2 \xrightarrow{\text{جواب‌ها}} 1\ ,\ 3$ ✓

$S=\frac{-b}{a}=4=a+a+2 \longrightarrow 2=2a \Rightarrow a=1$

$P=\frac{c}{a}=\frac{m}{4}=3 \longrightarrow m=12$ ✓

④ (۲)

$3x^2-6x+m-1=0 \qquad \begin{rmatrix}\end{rmatrix}2\alpha-\beta=4 \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha-\beta=4 \\ \alpha+\beta=2 \end{cases} \xrightarrow{+} 3\alpha=6 \longrightarrow \alpha=2$

$S=\frac{-b}{a}=2=\alpha+\beta \qquad \longrightarrow 4-\beta=4 \longrightarrow \beta=0$

$P=\frac{c}{a}=0 \longrightarrow \frac{m-1}{3}=0 \longrightarrow m-1=0 \longrightarrow m=1$ ✓

⑤ (۲)

$-mx^2+4x+m^2-2=0$

ریشه‌های معکوس $\Longrightarrow \frac{c}{a}=1 \longrightarrow \frac{m^2-2}{-m}=1 \longrightarrow m^2+m-2=0$

$(m+2)(m-1)=0 \Rightarrow m=\begin{cases} -2 \xrightarrow{\text{دلتا منفی که}} \text{غ ق ق (منفی است ریشه‌های قرینه)} \\ 1 \ ✓ \end{cases} \Rightarrow m=1$ ✓

⑥ (۲)

$x^2-mx+3=0 \qquad \alpha,\beta \qquad \alpha\beta^2=4$

$P=\frac{c}{a}=3 \longrightarrow \alpha\beta=3$

$\xrightarrow{\div} \beta=\frac{4}{3} \longrightarrow \alpha\frac{16}{9}=4 \longrightarrow \alpha=\frac{9}{4}$

$S=\frac{-b}{a}=m \longrightarrow \alpha+\beta=\frac{9}{4}+\frac{4}{3} \longrightarrow \frac{27}{12}+\frac{16}{12}=\frac{43}{12}$ ✓

(۷) (۲)

$x^2 - 6x + m = 0 \qquad \alpha ,\ 3\alpha$

$S = \frac{-b}{a} = 6 = \alpha + 3\alpha \longrightarrow \boxed{\alpha = 1}$

$P = \frac{c}{a} = m \longrightarrow \alpha \times 3\alpha = m \longrightarrow 3\times 1 = m \Rightarrow \boxed{m = 3}$ ✓

(۸) (۲)

$x^2 - 7x + 2 = 0 \qquad \alpha^3 + \frac{8}{\alpha^3} \qquad \alpha, \beta$

$S = \frac{-b}{a} = 7$

$P = \frac{c}{a} = 2$

$\longrightarrow \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP \longrightarrow 343 - 42 = +301$

$\alpha\cdot\beta = 2 \xrightarrow{\text{توان ۳}} (\alpha\beta)^3 = 8$

$\Rightarrow (\alpha+\beta)^3 = \alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 \Rightarrow \alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$(\alpha+\beta)^3 = 343 \qquad \alpha^3 + \beta^3 = 301$

$\Rightarrow \alpha^3 + \frac{8}{\alpha^3} \longrightarrow \alpha^3 + \left(\frac{2}{\alpha}\right)^3 \xrightarrow{2=\alpha\beta} \alpha^3 + \left(\frac{\alpha\beta}{\alpha}\right)^3 \longrightarrow \alpha^3 + \beta^3 = \boxed{301}$ ✓

(۹) (۲)

$h(t) = -10t^2 + 50t$

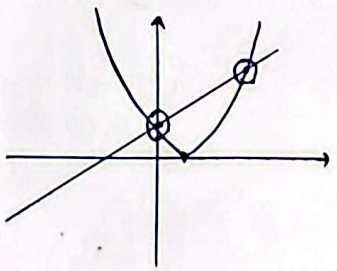
ارتفاع حداکثر $= \max \longrightarrow \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(2500)}{-40} = \frac{125}{2}$ ✓

زمان برخورد قوب با زمین = ریشه‌ها $\longrightarrow -10t^2 + 50t = 0 \longrightarrow t \begin{cases} 0 \\ 5 \end{cases} \longrightarrow$ فاصله اول است تا لحظه‌ای که توپ به زمین خورد $\Rightarrow X$

$\hookrightarrow 5$ ✓

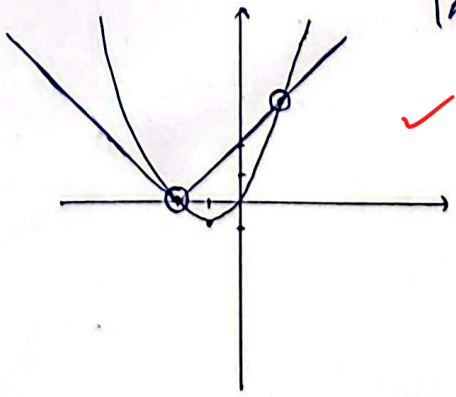
(۱۰) (۲)

الف) $(x-1)^2 = 2x + 1$



$\begin{cases} x = 0 \longrightarrow y = 1 \\ x = 4 \longrightarrow y = 9 \end{cases}$

ب) $x^2 + 2x = |x| + 1$



$\begin{cases} x = -2 \longrightarrow y = 2 \\ x = 1 \longrightarrow y = 0 \end{cases}$