

نام و نام خانوادگی: کلاس: شماره: ۱۳ پاسنامه تشریحی تکلیف

۱. اگر یکی از ریشه های $y = x^3 + (a-1)x^2 + 3x + 2$ نسبت به خط $x=2$ متقارن باشد این معنی می دهد که ۱ در کدام یک از صلبت قطع می کند

$$\frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow \frac{-1}{2a-2} = 2 \Rightarrow 4a-2 = -1 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

پایه ۱: $-\frac{1}{4}x^3 + x^2 + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(3)(-\frac{1}{4}) \Rightarrow 1+3=4 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{4}}{-\frac{1}{2}} = \frac{-1+2}{-\frac{1}{2}} = -2 \text{ و } \frac{-1-2}{-\frac{1}{2}} = 6 \rightarrow \frac{1}{0}$$

۲. در تعیین علامت $F(x) = mx^2 - 2x + m$ جدول زیر حاصل شده است. m را بیابید.

x	x_1	x_2
$F(x)$	$-$	$+$

$\Rightarrow m < 0$ و $\Delta > 0 \Rightarrow 4 - 4m^2 > 0 \Rightarrow 4m^2 < 4 \Rightarrow \frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$

پایه ۲: $10^2 \Rightarrow (0, \frac{5}{2} \cup 5)$ جواب: ۱

۳. معادله درجه دوم با ضرایب صحیح که ریشه های آن $\frac{5}{2}$ و $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ باشد را بنویسید.

$x^2 - 5x + p = 0 \Rightarrow S = \frac{5 - \frac{3-\sqrt{5}}{2}}{1} = \frac{10 - 3 + \sqrt{5}}{2} = \frac{7+\sqrt{5}}{2}$ و $P = \frac{(5)(\frac{3-\sqrt{5}}{2})}{1} = \frac{15-5\sqrt{5}}{2}$

پایه ۳: $x^2 - 5x + 1 \rightarrow$ جواب: ۱

۴. اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $2x^2 - mx + m+2 = 0$ باشند به طوری که $\alpha < \beta$ و $\alpha + \beta = 2$ مقدار m را بیابید.

$\alpha + \beta = 2 \Rightarrow \frac{m}{2} = 2 \Rightarrow m = 4$

پایه ۴: $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$

۵. معادلات $x^2 + 9 = 0$ و $x^2 + 4x + 4 = 0$ است اگر این معادله ها را در نقطه ای به هم می زنیم خطی که قطع آن در کدام پاره این معادله ها قرار دارد

$x^2 + 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3i$ و $x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = -2$

پایه ۵: $x^2 + 4x + 5 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 20 = -4 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{-4}}{2} = -2 \pm i$

پایه ۵: $[-1, 5] \rightarrow$ جواب: ۱

اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - \alpha x + \beta = 0$ باشد و α و β عددهای حقیقی باشند حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ را بیابید.

$$S = V \Rightarrow \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{V}{\alpha} = \frac{V\alpha}{\alpha\beta} = V = 4\beta = V \Rightarrow \beta = \frac{1}{4}$$

$P = 1 \Rightarrow \frac{1}{\alpha\beta} = 1 \Rightarrow \frac{1}{\alpha} = 1 \Rightarrow \alpha = 1 \Rightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1 + 4 = 5$ جواب

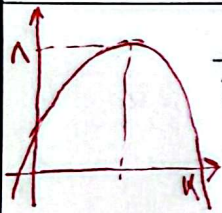
α و β ریشه های معادله درجه دوم $x^2 + mx + m = 0$ هستند اگر $\alpha - m\beta = 1$ برقرار باشد مجموع ریشه ها را بیابید.

$$\beta + m\beta - 2m = 0 \Rightarrow -m\beta = \beta - 2m$$

$$\alpha + \beta - 2m = 1 \Rightarrow m^2 + 2m - 2m = 1 \Rightarrow m^2 + 2m - 1 = 0 \Rightarrow (m+1)(m-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \Rightarrow \alpha = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

مجموع ریشه ها $\alpha + \beta = -m = -(-1) = 1$ جواب

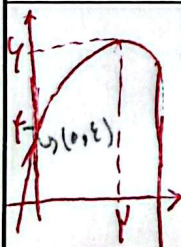
فرض کنید تابع $f(x) = mx^2 + 2x + \frac{m}{2} + 1$ به صورت یک کمانه باشد.



$$\frac{-1}{\frac{1}{2}a} = 1 \Rightarrow 2m + 2m - 1 = 2m \Rightarrow 4m - 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{4}$$

$$(m-1)(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases} \Rightarrow K = 1 \Rightarrow \text{جواب}$$

مجموع مکعب های مکعبی متوالی بیابید.



$$y = a(x-2)^2 + 4 \Rightarrow 4 = 4a + 4 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{1}{4}(x^2 - 4x + 4) + 4 = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$$
 جواب

اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - (\alpha + \beta)x + (\alpha^2 + \beta^2) = 0$ باشند و α و β عددهای حقیقی باشند حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ را بیابید.

$$\alpha - 1\alpha - 1 + \alpha^2 + \beta^2 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - \alpha - 3 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\alpha = 1 \Rightarrow x^2 - 1x + 1 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 1 \end{cases}$$

جواب