



با توجه به نمودار جدول هر دو تابع در شکل؛ باید بررسی کنیم که دو تابع یکدیگر را همیشه در هر دو ناحیه قطع می‌کنند.

$$12a - 2 < a^3 - 4 \Rightarrow a^3 - 12a + 14 > 0 \Rightarrow (a-2)^2(a+7) > 0$$

$$\Rightarrow a + 7 > 0 \Rightarrow a > -7$$

(۲)

۱

$$f^{-1}(2) = 2 \Rightarrow f(2) = 2 \Rightarrow f(2) = 3 \times 2 + k = 12 + k = 2$$

$$\Rightarrow k = -10 \Rightarrow f(7) = (3 \times 7) - 10 = 21 - 10 = 11$$

$$f(f(3)) = f(3 \times 3 - 10) = 3(3 \times 3 - 10) - 10 = 9 \times 3 - 40 = 27 - 40 = -13$$

(۲)

۲

$$f(x) = \frac{ax}{x-1} \Rightarrow \frac{ax}{x-1} = y \Rightarrow ax = y(x-1) \Rightarrow ax = yx - y \Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{ay}{y-a}$$

$$f^{-1}(2a) = a \Rightarrow f^{-1}(2a) = \frac{2a}{2a-a} = \frac{2a}{a} = 2 \Rightarrow a = 2$$

(۲)

۳

- الف) $f \circ f^{-1} = \{(5, 5), (7, 7), (2, 2), (4, 4)\}$ ✓
 ب) $f^{-1} \circ f = \{(3, 3), (4, 4), (7, 7), (9, 9)\}$ ✓
 ج) $f \circ g^{-1} = \{(2, 5), (5, 9)\}$ ✓
 د) $g^{-1} \circ f = \{(3, 9), (7, 3), (9, 8)\}$ ✓

(۲)

۴

$$D_h = \{1, 3, 4, 5\} \xrightarrow{h} D_{h \circ g^{-1}} = \{1, 3\}$$

$$D_{f \circ g^{-1}} = \{1, 3, 5\}$$

هر از این دو عبارت تعریف نشده است.

$$h \circ f^{-1} = \{(1, \frac{1}{4}), (3, \frac{1}{4})\}$$
 ✓

(۲)

۵

$\frac{2a+1}{a-2}$

$\frac{2a+1}{a-2} = y \rightarrow a = \frac{2y+1}{y-2} \Rightarrow f(a) = \frac{2a+1}{a-2}$

محکم من بزرگ است ✓

$\frac{2a+1}{a-2}$

$\frac{2a+1}{a-2} = y \rightarrow a = \frac{2y+1}{y-2} \Rightarrow f(a) = \frac{2a+1}{a-2}$

محکم بزرگ با محورهای مختصات رسم!

۲

در بازه $[1, 3]$

یک به یک و وارون میزاید است.

$m = \frac{15}{2} = 7.5$

$2a-4 = y \rightarrow 2a = y+4 \rightarrow a = \frac{y+4}{2} \Rightarrow f(a) = \frac{a+4}{2}$

$-2 \leq a \leq 2$

همیشه وقتی نعلون تابعی را بدست می‌دهی باید دامنه اش را مشخص کنی!

۷

$R_{a^3+4} = D_{f^{-1}} = [0, +\infty)$

$\rightarrow y = a^3+4 \rightarrow a = \sqrt[3]{y-4} ; y \geq 4$

$R_{f(a)} = D_f = (-\infty, -1]$

$\rightarrow y = 2a-1 \rightarrow a = \frac{y+1}{2} ; y \leq -1$

$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{a-4} ; a \geq 4 \\ \frac{a+1}{2} ; a \leq -1 \end{cases}$

۳

$f(a) = \frac{a^2(a+3) - (a+1)^3}{a+3} = \frac{a^3+3a^2 - a^3 - 3a^2 - 3a - 1}{a+3} = \frac{-3a-1}{a+3}$

$\frac{-3a-1}{a+3} = y \Rightarrow a = \frac{3y+1}{y+3} = \frac{-3y-1}{y+3} \Rightarrow f(a) = \frac{-3a-1}{a+3} \xrightarrow{x^2} \frac{-9a-2}{2a+9}$

$\Rightarrow b = \frac{-2}{2} \Rightarrow f(-2) = \frac{-4(-2)-2}{2(-2)+9} = \frac{12-2}{-4+9} = \frac{10}{5} = 2$

۲

$f(a) = \frac{a}{a^2+1} \rightarrow D_{f^{-1}} = R_f \Rightarrow y a^2 + y \pm a = 0 \Rightarrow y a^2 - a + y = 0 \Rightarrow y a^2 - a + y = 0$

$\Delta \geq 0 \Rightarrow 1 - 4y^2 \geq 0 \Rightarrow 1 \geq 4y^2 \Rightarrow y^2 \geq \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} \geq y \geq -\frac{1}{2} = D_{f^{-1}}$

$y = \frac{a}{a^2+1} \rightarrow a = \frac{y}{y^2+1} \rightarrow a y^2 + a - y = 0 \Rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1-4a^2}}{2a}$

$a \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \setminus \{0\}$

صفر تعریف نشده!

۱, ۷, ۵