یازدهم ریاضی
تکلیف ۱۱

امیر محمد وزوجانی

$f(x)=\begin{cases} x^3-4 & ; x>a \\ 12x-20 & ; x\leq a \end{cases}$ a^3-4
برد مشترک ندارد

$(a^3-4, +\infty) \cup (-\infty, 12a-20)$ در اجتماع

$a^3-4 \geq 12a-20 \to a^3-12a+16 \geq 0 \to a^3-12a \geq -16 \to a(a^2-12) \geq -16$

۲
$f(x)=3x+k$ $\quad f^{-1}(2)=4$ $\quad f^{-1}=\frac{x-k}{3}=y$ $\quad \frac{x-k}{3} \to \frac{2-k}{3}=4 \to 2-k=12$
$-10=k$

الف) $f(7)=3(7)-10=11$

ب) $f(f(x))=f(3x-10) \to 3(3x-10)-10 \to 9x-30-10 \to 9x-40$

۳
$A \left| \begin{matrix} 2a \\ a \end{matrix} \right.$ $\quad f(x)=\frac{ax}{x-1} \to yx-y=ax \to x(y-a)=y \to x=\frac{y}{y-a} \to y=\frac{x}{x-a}$

جایگذاری $\to \frac{2a}{2a-a}=a \to \frac{2a}{a}=a \to a^2=2a \to a^2-2a=0 \to a(a-2)=0 \begin{cases} a=0 \\ a=2 \end{cases}$

۴
$f=\{(3,5),(4,7),(7,2),(9,6)\} \to f^{-1}=\{(5,3)(7,4)(2,7)(6,9)\}$
$g=\{(3,2)(8,6)(9,5)\} \to g^{-1}=\{(2,3)(6,8)(5,9)\}$

الف) $fof^{-1} \to f(f^{-1}(x)) \to \{(5,5)(7,7)(2,2)(6,6)\}$

ب) $f^{-1}of=\{(3,3)(4,4)(7,7)(9,9)\}$

ج) $fog^{-1}=\{(2,5)(5,6)\}$

د) $g^{-1}of \{(3,9)(7,3)(9,8)\}$

۵
$f=\{(2,4),(3,8),(5,3)\}$ $\quad g=\{(3,1)(4,3)(6,5)\}$ $\quad h=\{(1,2)(3,4)(4,1)(5,1)\}$

$\frac{h}{fog^{-1}}=\to (1,4)(3,8)(5,3)$

$g^{-1}=\{(1,3)(3,4)(5,6)\}$

$\frac{(1,2)\ (3,4)\ (4,1)\ (5,1)}{(1,4)\ (3,8)\ (5,3)} \to \{(1,\frac{1}{2}),(3,\frac{1}{2}),(5,\frac{1}{3})\}$

امیرمحمد فروجانی

$y=\frac{3x+1}{x-2}$ هموگرافیک است ۶

مجانب افقی

$\frac{a}{c}=\frac{3}{2}$

با توجه به نمودار معکوس پذیر است

$yx-2y=3x+1$

$x(y-3)=1+2y \to x=\frac{1+2y}{y-3} \to y=\frac{2x+1}{x-3}$

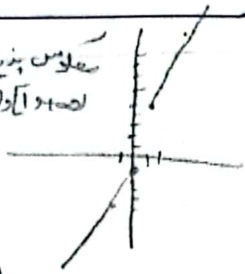
$y=|x-1|-|x-3| \to [a,b]$ ۷

$-x+1+x-3 = -2$ ، $x-1+x-3 = 2x-4$ ، $x-1-x+3 = 2$

$y=2x-4 \to 2x=y+4 \to x=\frac{y+4}{2} \to y=\frac{x+4}{2}$

$f(x)=\begin{cases} x^3+4 & ; x\geq 1 \\ 4x-1 & x\leq 0 \end{cases}$ معکوس پذیر است $\to [5,+\infty)\cup[1,+\infty)$ ۸

$\to -1$



$y^3+4=x \to y=\sqrt[3]{x-4}$

$D_f=[5,+\infty)$

$R_f=[1,+\infty)$

$4x-1=y \to 4x=y+1 \to y=\frac{x+1}{4}$

$\frac{x}{4}+\frac{1}{4} \quad (-\infty,-1]$

$\begin{cases} y=\sqrt[3]{x-4} & ; x\geq 5 \\ x+\frac{1}{4} & ; x\geq -1 \end{cases}$

$f(x)=x^2-\frac{(x+1)^3}{x+3}$ $\quad f^{-1}(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ $\quad f^{-1}(b) \; (b<d$ ۹

$\frac{x^2-x^3-3x^2-3x-1}{x+3} \to \frac{\cancel{x^3}+\cancel{3x^2}-3x^2-3x-1}{x+3}$

$\to y=\frac{-3x-1}{x+3} \to yx+3y=-3x-1 \to x(y+3)=-1-3y \to y=\frac{-(3x+1)}{x+3} \to a=-3 \quad d=3 \quad b=-1$

$b \to \frac{-3b-1}{3b+3} \to \frac{3-1}{1}=2$

$f(x)=\frac{x}{x^2+1} \to yx^2+y=x \to yx^2-x+y=0 \to \Delta=1-4(y)(y) \to 1-4y^2\geq 0$ ۱۰

$1\geq 4y^2 \to \frac{1}{4}\geq y^2 \to -\frac{1}{2}\leq y\leq \frac{1}{2}$