نام و نام خانوادگی ...محمدعرفان ضیایی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ...یازدهم.........

۱

الف) $f=\{(3,2),(n,a),(3,n^2-n),(m,2),(-1,4)\} \Rightarrow n^2-n=2 \Rightarrow n^2-n-2=0$

$(n-2)(n+1) \Rightarrow$ $n=2$ ق ق ، $n=-1 \Rightarrow$ غ ق ق $\Rightarrow n=2$

ب) $f=\{(-1,1),(1,2),(2,3),(a,m-1),(a+2,n),(m,3)\}$

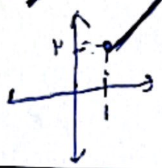
$m=2$ $\quad 2-1=1 \Rightarrow (a,1) \Rightarrow a=-1$

$-1+2=1 \Rightarrow (1,n) \Rightarrow n=2$

۲

الف) $f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\ge1\\ \cancel{ax+a} \;\; x+a & x<1\end{cases} \Rightarrow 3x-1 \quad x\ge1 \Rightarrow R_f=[2,+\infty)$

ب) $x+a \quad x<1 \Rightarrow (-\infty,1+a) \Rightarrow 3(1)-1 \ge 1+a \Rightarrow a\le1 \Rightarrow a\le1$



۳

شیب $ax+a-1$ باید مثبت باشد $\quad a\ne0 \quad a>0$

$f(x)\begin{cases}3x-1 & x\ge1\\ ax+a-1 & x\le0\end{cases} \qquad f(x_1)=f(x_2)$

$ax_1+(a-1)=3x_2-1 \Rightarrow a(x_1+1)=3x_2$

$x_1\le0 \Rightarrow x_1+1\le1 \Rightarrow a(x_1+1)\le a \Rightarrow 3x_2\ge3 \Rightarrow a<3$

$a>0 \quad a<3 \Rightarrow a=(0,3)$

۴

الف) $y=x^2+2 \Rightarrow \begin{cases}x_1^2+2=y\\ x_2^2+2=y\end{cases} \Rightarrow x_1^2+2=x_2^2+2 \Rightarrow x_1^2=x_2^2 \Rightarrow x_1=x_2$ طبق تساوی ل

$y=x^2+2 \Rightarrow y-2=x^2 \Rightarrow x=\sqrt{y-2} \Rightarrow y=\sqrt[3]{x-2}$

ب) $x^2-4x+2=y \Rightarrow$ توابع درجه دو همیشه یک به یک نیستند

۵

توابع هموگرافیک همواره یک به یک هستند

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2} \Rightarrow yx-2y=3x+1$

$\Rightarrow yx-3x=1+2y \Rightarrow x(y-3)=1+2y \Rightarrow x=\frac{1+2y}{y-3} \Rightarrow y=\frac{1+2x}{x-3}$

ب) $y=\frac{4+2x}{x+2} \Rightarrow \frac{2(\cancel{2+x})}{\cancel{x+2}}=2$ یک به یک نیست

۶

الف) $y=\sqrt{x-3} \Rightarrow x=\sqrt{y-3} \Rightarrow x^2=y-3 \Rightarrow x^2+3=y$ با توجه به شکل داریم که یک به یک است (همان شکل x^2 که ۳ تا تغییر کرده است)

ب) $y=x^2-4x+3 \quad x\in[2,+\infty) \Rightarrow$

$y=x^2-4x+3+1-1 \Rightarrow y=x^2-4x+4-1 \Rightarrow y=(x-2)^2-1 \Rightarrow x-2=\pm\sqrt{y+1}$

$x=2\pm\sqrt{y+1} \Rightarrow f^{-1}(x)=2+\sqrt{x+1}$ علامت منفی قابل قبول نیست چون اگر به تابع ۲ بدهیم ۱- می‌دهد و اگر ۱- بدهیم باز ۲ را بدهد

۷

$f(x)=x+\sqrt{x} \Rightarrow x\in(0,+\infty) \Rightarrow \sqrt{x}=y-x \Rightarrow x=(y-x)^2 \Rightarrow x=y^2-2xy+x^2$

$x^2+y^2-2xy-x=0 \Rightarrow x^2-(2y+1)x+y^2 \Rightarrow x=\frac{2y+1\pm\sqrt{(2y+1)^2-4y^2}}{2}$

$\Rightarrow \frac{2y+1\pm\sqrt{4y+1}}{2} \Rightarrow f^{-1}(y)=\frac{2y+1-\sqrt{4y+1}}{2} \Rightarrow f^{-1}(y)=y+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{4y+1}$

$-\frac{1}{2}\sqrt{4y+1}=-\sqrt{y+\frac{1}{4}} \Rightarrow f^{-1}(x)=x+\frac{1}{2}-\sqrt{x+\frac{1}{4}} \Rightarrow a=1 \quad b=\frac{1}{2} \quad c=-\frac{1}{4}$

$\Rightarrow 1+2(\frac{1}{2})+4(-\frac{1}{4})=1+1-1=1$

۸

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \Rightarrow f(x_1)=f(x_2) \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-2}=\frac{x_2^2}{x_2^2-2} \Rightarrow$

$x_2^2x_1^2-2x_2^2=x_1^2x_2^2-2x_1^2 \Rightarrow -2x_2^2=-2x_1^2 \Rightarrow x_2=\pm x_1$ یک به یک نیست چون دو تا x مختلف از لحاظ علامت نظیر به یک داریم $\Leftarrow x_1=x_2$

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \Rightarrow x=\frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \Rightarrow x^2=\frac{y^2}{y^2-2} \Rightarrow x^2y^2-2x^2=y^2$

$y^2x^2-y^2=2x^2 \Rightarrow y^2(x^2-1)=2x^2 \Rightarrow y^2=\frac{2x^2}{x^2-1} \Rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{3x^2}{x^2-1}} \Rightarrow y=\frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2-1}}$ علامت مشتق

۹

$g(x)=\sqrt{x}-1 \qquad f^{-1}(x)=\frac{x}{1+|x|} \Rightarrow f(-\frac{2}{5})+g^{-1}(-\frac{2}{5})$

$\sqrt{x}-1=-\frac{2}{5} \Rightarrow \sqrt{x}=\frac{3}{5} \Rightarrow x=\frac{9}{25}$

$\frac{x}{1+|x|}=-\frac{2}{5} \Rightarrow -2+-2|x|=5x \Rightarrow -2+2x=5x \Rightarrow -2=3x \Rightarrow x=-\frac{2}{3}$

$\frac{9}{25}+(-\frac{2}{3}) \Rightarrow \frac{27-50}{75}=-\frac{23}{75}$

۱۰

$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1} \qquad g(x)=f(x)+\sqrt{f(x)} \Rightarrow g^{-1}(12)=?$ غ ق ق ق ق

$f(x)+\sqrt{f(x)}=12 \Rightarrow \sqrt{f(x)}=t \Rightarrow t^2+t-12=0 \Rightarrow (t+4)(t-3) \Rightarrow t=-4 \quad t=3$

$\sqrt{f(x)}=3 \Rightarrow f(x)=9 \Rightarrow f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1} \Rightarrow f^{-1}(9)=\sqrt[3]{9-1}=2 \Rightarrow f(2)=9$

$g(2)=12 \quad g^{-1}(12)=2$