۲۵ عالی نوشتی

نام و نام خانوادگی سیده رضا لعتبانیان پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۰ کلاس یازدهم بیر B

۱ (۲)

الف) تا برای یک x دو y نداشته باشیم $m = 2$ ✓

شرط تابع بودن $\Rightarrow (3,2)\ (2, n^2-n) \Rightarrow$ برای یک x دو y نداشته باشیم

$\Rightarrow n^2 - n = 2 \Rightarrow (n-2)(n+1) = 0$

$\Rightarrow n = 2$ ✓، ~~$n = -1$~~

چون با قرار دادن دیگر تابع نیست ~~$(-1,5)(-1,4)$~~

ب) برای یک x دو y نداشته باشیم $m = 3$ ✓

$\Rightarrow (x, \frac{m-1}{1}) = (-1, 1) \Rightarrow x = -1$ ✓

$\Rightarrow (-1+2, h) \Rightarrow (1, h) = (1, 2)$

$\Rightarrow h = 2$ ✓

برای هر x تنها یک y داشته باشیم

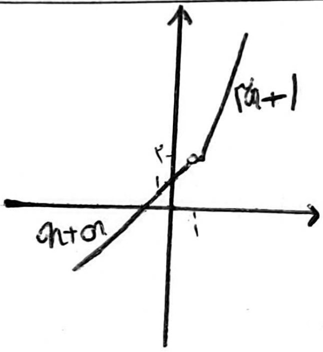
۲ (۲)

$x + a \leq 3x - 1$

$\Rightarrow 1 + a \leq 2 \Rightarrow a \leq 1$ ✓

تا دو ضابطه هیچ اشتراکی با هم دیگر نداشته باشند

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & ; x \geq 1 \\ x + a & ; x < 1 \end{cases}$$



۳ (۲)

نمودار رو رسم می‌کنیم

چون نباید هیچ‌جایی داشته باشند پس در شرط باید اعمال شود

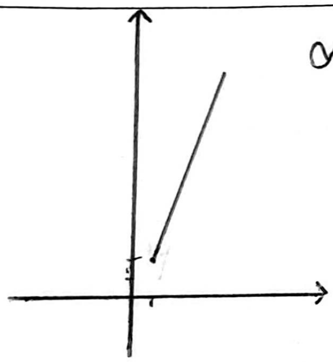
$ax + a - 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow a - 1$

$a < 3 \Leftarrow a - 1 < 2 - 1$

اشتراک

$0 < a \geq 2$

$0 < a < 3$ ✓



۴ (۲)

الف) $y = x^3 + 2$

$\Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow x_1^3 + 2 = x_2^3 + 2 \Rightarrow x_1^3 = x_2^3$

رادیکال فرد $\Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow$ یک به یک است ✓

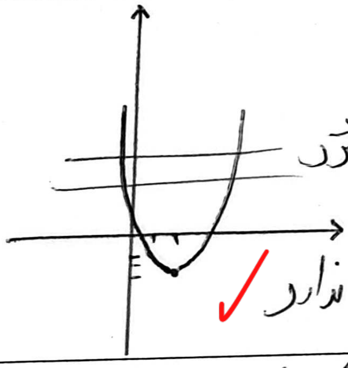
$x = y^3 + 2 \Rightarrow x - 2 = y^3 \Rightarrow y = \sqrt[3]{x-2}$ ✓

ب) نمودار رو رسم می‌کنیم

نمودار سهمی است در وسط یک خط افقی در دو بار قطع می‌شود

پس یک به یک نیست

قابلیت معکوس کردن ندارد ✓



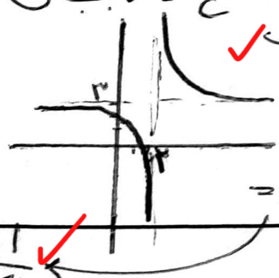
۵ (۲)

الف) نمودار تابع رو رسم می‌کنیم

مجانب قائم $= 2$ ریشه مخرج

مجانب افقی $= \frac{a}{c} = 2$ ، $y = \frac{2x+1}{x-2}$

تابع هموگرافیک است و یک به یک ✓



$\Rightarrow x = \frac{2y+1}{y-2}$

$\Rightarrow$ [illegible]

ب) $y = \frac{2x+4}{x+2} \Rightarrow \frac{2(x+2)}{x+2} = y = 2$ ، $D_f = R - \{-2\}$

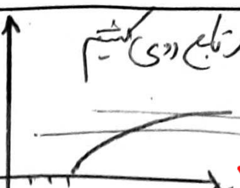
تابع ثابت است و یک به یک نیست

قابلیت معکوس کردن ندارد ✓

$y = -\frac{-2x-1}{x-2} \Rightarrow y = \frac{2x+1}{x-2}$ ✓

۶ (۲)

الف) نمودار تابع را می‌کشیم $y=\sqrt{x-3}$

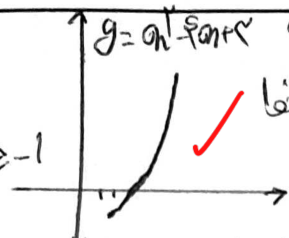


تابع یک به یک است چون خط افقی را در یک نقطه قطع می‌کند

$\Rightarrow x=\sqrt{y-3} \Rightarrow x^2=y-3$

$y=x^2+3 \quad : x\ge 0$

ب) نمودار را رسم می‌کنیم $y=x^2-4x+3 \quad x\ge 2$



تابع یک به یک است چون خط افقی را در یک نقطه قطع می‌کند

$R_f=[-1,+\infty)$ ، $x\ge -1$

$y=x^2-4x+3+1-1 \Rightarrow y=(x-2)^2-1$

$\Rightarrow x=(y-2)^2-1 \Rightarrow y=2\pm\sqrt{x+1}$ منفی قبول نیست چون برد تابع از ۲ بزرگتر است

$y=2+\sqrt{x+1}$

۷ (۲)

$y=x+\sqrt{x} \xRightarrow{\text{معکوس}} x=y+\sqrt{y} \Rightarrow y+\sqrt{y}+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=x \quad D_f=(0,+\infty)$

$\Rightarrow \left(\sqrt{y}+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}=x \Rightarrow \sqrt{y}+\frac{1}{2}=\pm\sqrt{x+\frac{1}{4}}$ چون دامنه از صفر بزرگتر است منفی معنادار نیست

$\sqrt{y}=-\frac{1}{2}+\sqrt{x+\frac{1}{4}} \Rightarrow y=\frac{1}{4}+x+\frac{1}{4}+2\times-\frac{1}{2}\sqrt{x+\frac{1}{4}}$

$\Rightarrow y=x+\frac{1}{2}-\sqrt{x+\frac{1}{4}} \Rightarrow a=1,\ b=\frac{1}{2},\ c=-\frac{1}{4} \qquad 1+2\times\frac{1}{2}+4\times-\frac{1}{4}=1$

$a+2b+4c$

۸ (۲)

$D_f \Rightarrow x^2-2>0 \Rightarrow x^2>2 \Rightarrow D_f=(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$

$y_1=y_2 \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \xRightarrow{\text{توان ۲}} \frac{x_1^2}{x_1^2-2}=\frac{x_2^2}{x_2^2-2} \Rightarrow x_1^2x_2^2-2x_1^2=x_1^2x_2^2-2x_2^2$

$\Rightarrow x_1^2=x_2^2 \Rightarrow x_1=\pm x_2 \longrightarrow$ اگر x ها مختلف العلامت باشند y ها نیز مختلف العلامت می‌شوند پس فقط مساوی‌اش قبول است

معکوس سازی $= x=\frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \xRightarrow{\text{توان ۲ و ضرب}} x^2y^2-2x^2=y^2 \Rightarrow y^2=\frac{2x^2}{x^2-1} \Rightarrow y=\pm\frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2-1}}$

۹ (۲)

$f^{-1}(x)=\begin{cases}\frac{x}{1+x} & x\ge 0 \xrightarrow{\text{معکوس می‌کنیم}} \frac{x}{1-x} \quad x\ge 0\\ \frac{x}{1-x} & x<0 \longrightarrow \frac{x}{1+x} \quad x<0\end{cases}$

چون x مثبت است پس منفی قابل قبول نیست

تابع f^{-1} را دو ضابطه می‌کنیم

$-\frac{2}{5}<0 \Rightarrow f\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{-\frac{2}{5}}{1-\frac{2}{5}}=-\frac{2}{3}$

$g(x)=\sqrt{x}-1 \quad x\ge -1 \longrightarrow x=\sqrt{y}-1 \Rightarrow (x+1)^2=y$

$g^{-1}\left(-\frac{2}{5}\right)=\left(1-\frac{2}{5}\right)^2=\frac{9}{25} \Rightarrow -\frac{2}{3}+\frac{9}{25}=\frac{-23}{75}$

۱۰ (۲)

$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1} \Rightarrow \sqrt[3]{y-1}=x \Rightarrow x^3+1=y$

$g(x)=x^3+1+\sqrt{x^3+1}$ باید مثبت باشد

$\Rightarrow \sqrt{x^3+1}=t \Rightarrow 12=t^2+t$

$t^2+t-12=0 \Rightarrow t=\frac{-1+7}{2}=3$

$\sqrt{x^3+1}=3 \Rightarrow x^3=8 \Rightarrow x=2 \to g^{-1}(12)=2$

چون از ما خواسته $g^{-1}(12)$ را حساب کنیم ۱۲ را به عنوان g در نظر می‌گیریم و حساب می‌کنیم و x را که برابر با $g^{-1}(12)$ می‌شود به دست می‌آوریم چون معکوس هم هستند