نام و نام خانوادگی ...محمد شیرازی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...10... کلاس ...11/B...

۱

الف) $(x^2-x, ۴)$ و $(۲, ۲y)$ $\Rightarrow x_1=x_2 \Rightarrow y_1=y_2 \to x^2-x=2 \to x^2-x-2=0$

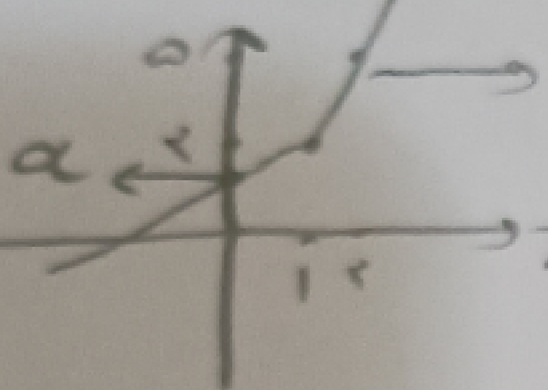
$(x-2)(x+1)$

$x=2$ ق ق — ~~$x=-1$ غ ق~~

ب) $(۲,۲)$ و $(m,۲) \to y_1=y_2 \to x_1=x_2 \to \boxed{m=2} \to (-1,1)$ و $(a, 2+1) \to y_1=y_2 \to x_1=x_2$

$\to a=-1 \to (a+\frac{1}{2}, x)\ (1,2) \to x_1=x_2 \to y_1=y_2 \to x=2$

۲



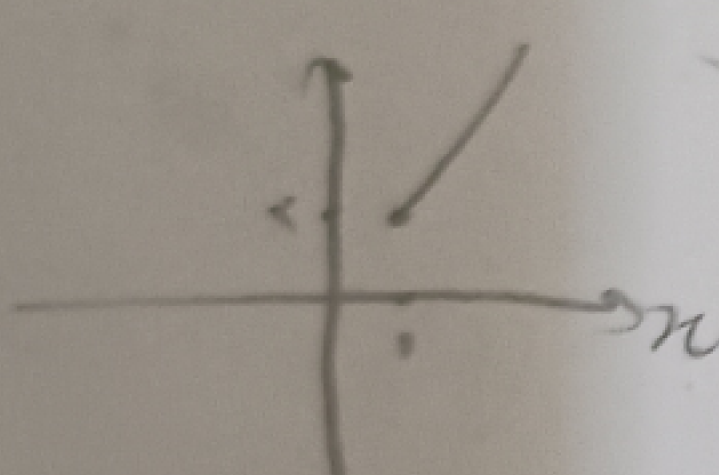
$f(x)=2x-1 \to R_f=[2,+\infty)$

$f(x)=x+a \to x<1 \xrightarrow{+a} x+a<1+a$

برای یک به یک بودن برد تابع $x+a$ باید کوچکتر مساوی دو باشد

$\to 1+a \le 2 \to \boxed{a \le 1} \to f(x)=x+a \to R_f=(-\infty, 2)$ ✓

۳



شرط اول $\Rightarrow a>0$ I $\to 2x-1 \to R_f=[2,+\infty)$

شرط دوم $\Rightarrow$ برد دو تابع اشتراک نداشته باشند $\to ax+a-1 \xrightarrow[Max(x)]{Max(y)} a\times(0)+a-1 = a-1$

$a-1<2 \to a<3$ II

$I \cap II \Longrightarrow \boxed{0<a<3}$

۴

الف) $y=x^3+2 \to y_1=y_2 \to x_1^3+2=x_2^3+2 \to x_1^3=x_2^3 \to x_1=x_2$ ✓

$\to y=x^3+2 \to x=y^3+2 \to y^3=x-2 \to y=\sqrt{x-2}$

ب) $y=x^2-4x+2 \to$ چون تابع درجه دو (سهمی است) یک به یک نیست و معکوس ندارد.

۵

الف) $y=\frac{2x+1}{x-2} \to$ تابع یک به یک است و معکوس دارد $\to yx-2y=2x+1 \to yx-2x=2y+1$

$\to x(y-2)=2y+1 \to x=\frac{2y+1}{y-2} \xrightarrow{f^{-1}(y)} y=\frac{2x+1}{x-2}$

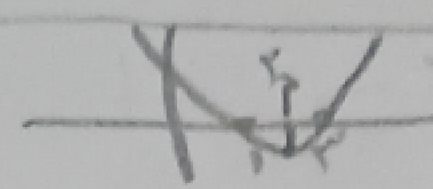
ب) $y=\frac{4+2x}{x+2} \to \frac{2x+4}{x+2} \to 2\frac{(x+2)}{x+2} \to \boxed{y=2} \to$ یک به یک نیست

۶

الف) $y=\sqrt{x-2}$ → $y_1=y_2$ → $\sqrt{x_1-2}=\sqrt{x_2-2}$ ⇒ $x_1=x_2$ → یک به یک است ✓

→ $x=\sqrt{y-2}$ → $x^2=y-2$ → → $y=x^2+2$

ب) $y=x^2-4x+3$ ⇒ $(x-3)(x-1)$ →



→ یک به یک است ✓

→ $y=x^2-4x+4-1$ → $y=(x-2)^2-1$ → $x=(y-2)^2-1$ → $y=\sqrt{x+1}+2$

۷

$f(x)=y=x+\sqrt{x}$ → $(y-x)^2=x$ → $y^2-2yx+x^2=x$ → $y^2-2yx-x+x^2$

→ $x^2-x(2y+1)+y^2=0$ →(Δ) b^2-4ac → $(2y+1)^2-4y^2=4y+1$

→ $x=\frac{2y+1\pm\sqrt{4y+1}}{2}$ →($f^{-1}(x)$) $y=\frac{2x+1\pm\sqrt{4x+1}}{2}=x+\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{4x+1}{4}}$

(با توجه به صورت سوال) → $x+\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{4x+1}{4}}=x+\frac{1}{2}-\sqrt{x+\frac{1}{4}}$ ⇒ $a=1$, $b=\frac{1}{2}$, $c=\frac{1}{4}$ → $1+1\times\frac{1}{2}+4\times\frac{1}{4}=3$

۸

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}}$ → $y_1=y_2$ → $\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}}$ → $\frac{x_1^2}{x_1^2-2}=\frac{x_2^2}{x_2^2-2}$

$y=\frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2-1}}$

→ $x_1^2x_2^2-2x_1^2=x_1^2x_2^2-2x_2^2$

$x_1^2=x_2^2$

⇒ $x=\frac{y}{\sqrt{y^2-2}}$ → $x^2=\frac{y^2}{y^2-2}$

$y^2x^2-2x^2=y^2$

$x_1=\pm x_2$ → (x علامت نمی‌تواند منفی باشد چون زیر رادیکال است) → $x_1=x_2$ → یک به یک است ✓ $y^2(x^2-1)=2x^2$ → $y^2=\frac{2x^2}{x^2-1}$

۹

$f(-\frac{2}{5})$ → $f^{-1}(x)=-\frac{2}{5}=\frac{x}{1+|x|}$ → $\frac{x}{1-x}=-\frac{2}{5}$ → $5x=-2+2x$

$3x=-2$ → $x=-\frac{2}{3}=f(-\frac{2}{5})$

$g^{-1}(-\frac{2}{5})$ → $g(x)=-\frac{2}{5}=\sqrt{x}-1$ → $-\frac{2}{5}+\frac{5}{5}=\frac{3}{5}=\sqrt{x}$ → $x=\frac{9}{25}=g^{-1}(-\frac{2}{5})$

$f(-\frac{2}{5})+g^{-1}(-\frac{2}{5})=-\frac{2}{3}+\frac{9}{25}=\frac{-50+27}{75}=\frac{-23}{75}$

۱۰

$f^{-1}(x)=y=\sqrt[3]{x-1}$ → $x=\sqrt[3]{y-1}$ → $x^3=y-1$ → $y=x^3+1=f(x)$

$g(x)=x^3+1+\sqrt{x^3+1}$ → $g^{-1}(12)$ → $12=x^3+1+\sqrt{x^3+1}$ $\xrightarrow{x=2}$ $8+1+\sqrt{9}=12$

→ $g^{-1}(12)=2$