

نام و نام خانوادگی: ... پسر ... کلاس: ... شماره: ۱۹۰ ... پاسخنانه تشریحی تکلیف شماره ۱۹۰ ... کلاس: ...

الف) $n^2 - n = 2 \Rightarrow n = 2 \vee -1 \Rightarrow (-1, 4) \Rightarrow \boxed{n = 2}$ ✓
 $m^2 - m = 2 \Rightarrow m = 3 \vee -2 \Rightarrow (3, 2) \Rightarrow m = 3$ ✓

ب) $(2, 3) \rightarrow (m, 3) \Rightarrow m = 2$ ✓, $(a, m-1) \Rightarrow a = -1$ ✓
 $(1, 2), (a+2, n) \Rightarrow \boxed{n = 2}$ ✓

می‌خواهیم تابع یک به یک باشد بنابراین: $3x-1 \neq x+a$
 $x=1 \Rightarrow 3(1)-1=2 \rightarrow 1+a < 2 \Rightarrow a < 1$
 مسأله هم می‌تونه باشه!

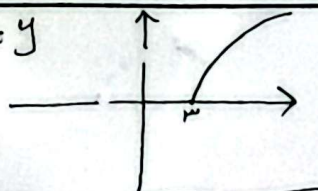
می‌خواهیم تابع یک به یک باشد بنابراین: $3x-1 \neq ax+a-1$
 $x=1 \Rightarrow 3(1)-1=2 \rightarrow x=0 \Rightarrow a-1 \Rightarrow a-1 < 2 \Rightarrow a < 3$ ✓
 $0 < a < 3$
 نیاید $a+1$ یا $a-1$ باشد ورنه یک به یک نیست!
 $a > 0$

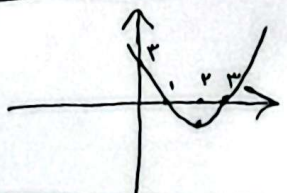
الف) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-2}$ ✓
 یک به یک است ✓

ب) $\Delta = (-4)^2 - 4(2) = 1 \Rightarrow$ تابع یک به یک باد و ریشه ✓

الف) $y = \frac{3x+1}{x-2} \Rightarrow$ کافی است a را جواب دهیم $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ ✓
 تابع همگرا نیست ✓

ب) $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow$ تابع یک به یک نیست ✓ $y = 2$

الف) $x+3=y$  $\Rightarrow$ تابع یک به یک $\Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 + 3$ ✓
 $x = \sqrt{y-3} \Rightarrow x^2 = y-3 \Rightarrow y = x^2 + 3$

ب) $x^2 - 4x + 3$  $\Rightarrow$ یک به یک است $\Rightarrow x \geq 2$ برای $\Rightarrow x = 2 + \sqrt{y+1}$ ✓
 $y = (x-2)^2 - 1 \Rightarrow x-2 = \sqrt{y+1} \Rightarrow x = 2 + \sqrt{y+1}$

$y = x + \sqrt{x} \Rightarrow x = t^2 \Rightarrow y = t^2 + t \Rightarrow t^2 + t - y = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4y}}{2}$
 $\Rightarrow t = \sqrt{x}$ مثبت $\Rightarrow x = \left(\frac{-1 + \sqrt{1+4y}}{2}\right)^2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4}(1 - 2\sqrt{1+4x} + (1+4x))$
 $\Rightarrow f^{-1}(x) = x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}(\sqrt{1+4x}) \Rightarrow a=1, b=\frac{1}{4}$ ✓
 $c \Rightarrow \sqrt{x-c} = \frac{1}{4}\sqrt{1+4x} \Rightarrow x-c = \frac{1}{16}(1+4x) \Rightarrow 4x-4c = 1+4x$
 $\Rightarrow c = -\frac{1}{4}$ ✓ $a+2b+4c = 1 + 2(\frac{1}{4}) + 4(-\frac{1}{4}) = 1$ ✓

$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \Rightarrow x_1^2 x_2^2 - 2x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 2x_2^2 \Rightarrow x_1^2 = x_2^2 = x_1 = \pm x_2$
 یک می تواند دو علامت مختلف داشته باشد بنابراین نتیجه گیری اشتباه است (چون بدون 2 رساندن)
 $x_1 = x_2 = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \Rightarrow y\sqrt{x^2-2} = x \Rightarrow y^2 x^2 - x^2 = 2y \Rightarrow x^2(y^2-1) = 2y \Rightarrow x^2 = \frac{2y}{y^2-1}$
 $\Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{2y}{y^2-1}}$ علامت $y = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2-1}}$ ✓

$\sqrt{x} - 1 = \frac{-2}{a} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{a-2}{a} \Rightarrow x = \frac{(a-2)^2}{a^2}$ کافی است عبارت ها را مساوی قرار دهیم:
 $\frac{x}{1+|x|} = \frac{-2}{a} \Rightarrow ax+2 = -2|x|$ $\xrightarrow{x>0}$ $x > 0 \rightarrow \forall x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{a}$
 $\xrightarrow{x<0}$ $x < 0 \rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$ ✓
 ① و ② $f(\frac{-2}{a}) + g^{-1}(\frac{-2}{a}) = \frac{-2}{3} + \frac{4}{15} = \frac{-50+20}{15} = \frac{-30}{15} = -2$ ✓

$\sqrt{f(x)} = t \Rightarrow t^2 + t = 12 \Rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow (t+4)(t-3) = 0 \Rightarrow t = 3$
 $\Rightarrow f(x) = 9 \Rightarrow \sqrt[3]{x-1} = f^{-1}(9) \Rightarrow \sqrt[3]{x-1} = 2$
 $\Rightarrow g^{-1}(12) = 2$ ✓