

9 الف) $f\left(\frac{r+1}{n-r}\right) = t + \Delta \Rightarrow \frac{r+1}{n-r} = t \Rightarrow \frac{rt+1}{t-r} = n$
 $f(t) = t\left(\frac{rt+1}{t-r}\right) + \Delta \Rightarrow f(t) = \frac{rt+1}{t-r} + \frac{\Delta t - 1}{t-r} = \frac{rt-1}{t-r}$
 $f(x) = \frac{rx-1}{x-r}$

ب) $f\left(n + \frac{1}{n}\right) = n^r + \frac{1}{n^r} \Rightarrow f\left(n + \frac{1}{n}\right) = \left(n + \frac{1}{n}\right)^r - r\left(n + \frac{1}{n}\right)$
 $\left(n + \frac{1}{n}\right)^r = n^r + \frac{1}{n^r} + r\left(n + \frac{1}{n}\right) \Rightarrow n^r + \frac{1}{n^r} = \left(n + \frac{1}{n}\right)^r - r\left(n + \frac{1}{n}\right)$
 $\Rightarrow \boxed{f(n) = n^r - rn}$

10
 $g \circ f(n) = 0 \Rightarrow g(f(n)) = 0 \Rightarrow f(n) = 2\sqrt{2} \Rightarrow n\sqrt{n} = 2\sqrt{2} \Rightarrow n = 2$
 $f(n) = 1 \Rightarrow n\sqrt{n} = 1 \Rightarrow n = 1$
 $\Rightarrow$ n های که نمودار g را قطع می کند $= 1, 2 \Rightarrow \boxed{2-1=1}$

تکلیف سبکی ۱۰. اسیر بوی سقا یا زخم سندان B

7 الف) $\{(2, 2), (n, 5), (3, n^2-n), (m, 2), (-1, 4)\}$
 n به ازای k $\Rightarrow$ k به n $\Rightarrow n^2 - n = 2 \Rightarrow \boxed{n=2}, \boxed{m=3}$

ب) $\{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (a, m-1), (a+2, n), (m, 3)\}$
 به ترتیب تقابلی $\Rightarrow \boxed{m=2} \Rightarrow m-1=1 \Rightarrow \boxed{a=-1} \Rightarrow a+2=1 \Rightarrow \boxed{n=2}$

2 $f(x) = \begin{cases} rx-1 & ; x \geq 1 \\ x+a & ; x < 1 \end{cases}$ ، a عدد ؟

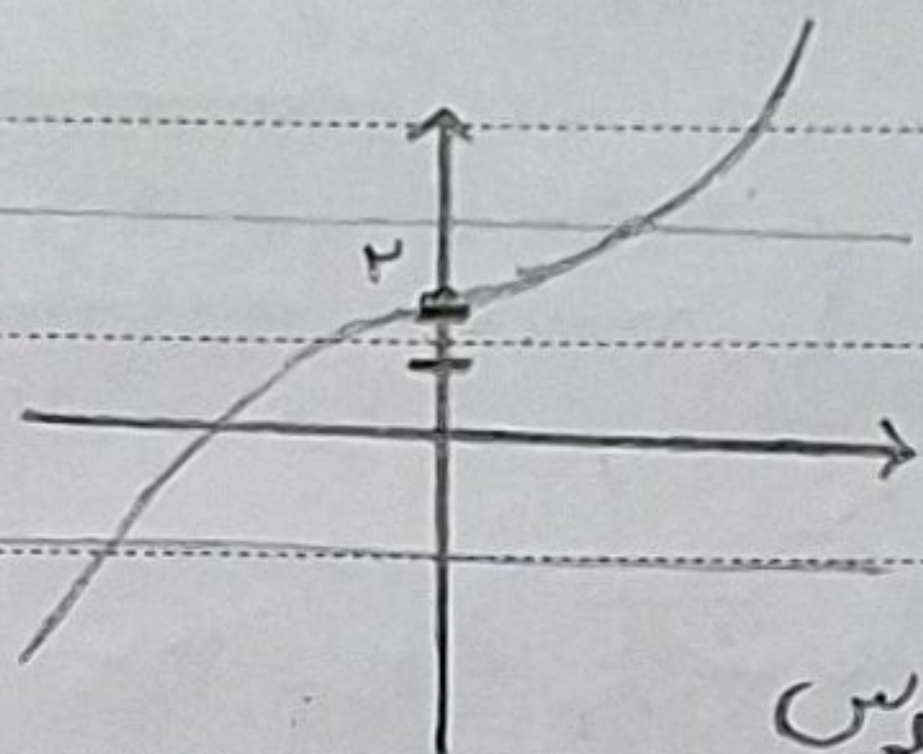
x به ازای هر x $\Rightarrow$ k به y $\Rightarrow rx-1 \xrightarrow{x=1} = 2 \Rightarrow x+a \xrightarrow{x=1} < 2$
 $\Rightarrow \boxed{a < 1} \Rightarrow \boxed{(-\infty, 1)}$

$$\textcircled{3} \quad f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x \geq 1 \\ ax+a-1, & x \leq 0 \end{cases} \quad a=? \quad f(x) = \begin{cases} 2x-1 \xrightarrow{x \geq 1} 2x-1 \geq 2 \Rightarrow [2, +\infty) \\ ax+a-1 \xrightarrow{x \leq 0} ax+a-1 \leq a-1 \Rightarrow (-\infty, a-1] \end{cases}$$

$$a-1 < 2 \Rightarrow a < 3 \quad \text{نقطه}$$

$$\textcircled{1} \cap \textcircled{2} : \boxed{0 < a < 3}$$

$$\textcircled{4} \quad \text{الف) } y = x^2 + 2$$



همچون خط موازی با محور x آنرا
قطع نمی کند به یک یک است

$$\text{خط عکس} = \boxed{y = \sqrt{x-2}}$$

تابع سری است در نتیجه خطوط موازی با محور x آنرا قطع می کنند پس نتیجه می گیریم تابع یک به یک نیست

$$y = x^2 - 4x + 2 \quad x \quad y = x^2 - 4x + 2 \Rightarrow y = (x-2)^2 - 2$$

$$\begin{cases} y = (x_1-2)^2 - 2 \\ y = (x_2-2)^2 - 2 \Rightarrow (x_1-2)^2 - 2 = (x_2-2)^2 - 2 \Rightarrow x_1-2 = \pm(x_2-2) \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \quad y = \frac{2x+1}{x-2} =$$

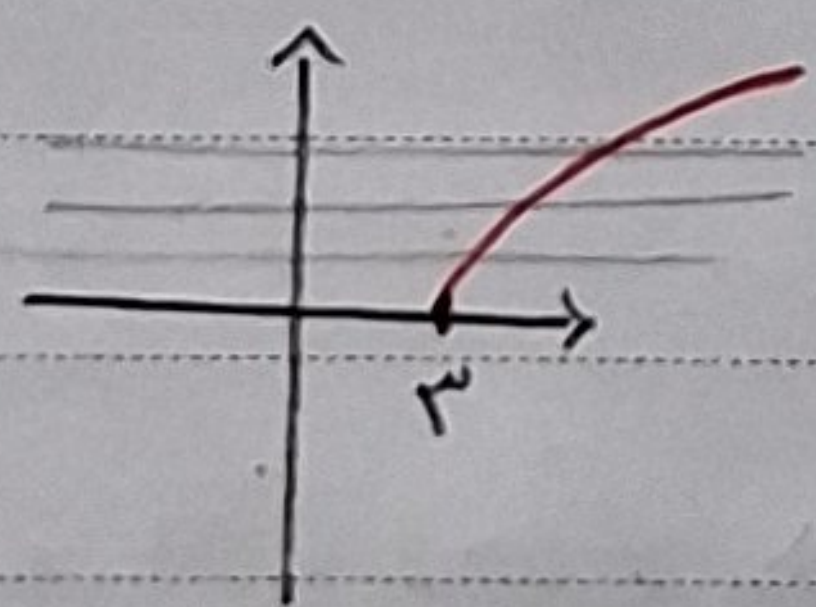
$$\textcircled{1} \quad \text{تابع صورتی یک به یک هستند} \quad \leftarrow \text{عکس} \quad x = \frac{2y-1}{x+2} = \frac{-2y+1}{x+2} \Rightarrow y^{-1} = \frac{1+2x}{x-2}$$

$$\text{ب) } y = \frac{4+2x}{x+2} \Rightarrow y = \frac{2(2+x)}{2+x} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow \text{یک به یک نیست}$$

$$\textcircled{6} \quad y = \sqrt{x-3} \rightarrow y = \sqrt{x_1-3}, y = \sqrt{x_2-3} \Rightarrow x_1-3 = x_2-3 \Rightarrow x_1 = x_2$$

$\Rightarrow$ یک به یک است

$$\Rightarrow y^{-1} = x^2 + 3$$



$$\Rightarrow y = \sqrt{x-3} \Rightarrow y^2 = x-3 \Rightarrow x = y^2 + 3 \Rightarrow y^{-1} = x^2 + 3$$

$$\text{ب) } y = x^2 - 4x + 3; x \in [2, +\infty)$$

تابع در دامنه داده شده یک به یک است

$$\Rightarrow y = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow y = (x-2)^2 - 1 \Rightarrow x-2 = \pm \sqrt{y+1}$$

$$\Rightarrow x = 2 + \sqrt{y+1} \Rightarrow y^{-1} = 2 + \sqrt{x+1}$$

دامنه مثبت است
پس یکتا

⑦ $f(x) = x + \sqrt{x}$, $f^{-1}(x) = ax + b - \sqrt{x-c}$; $x \in (0, +\infty)$
 $a + rb + c = ?$

$$f(x) = x + \sqrt{x} \xrightarrow{t = \sqrt{x}} y = t^2 + t \Rightarrow t^2 + t - y = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4y}}{2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{-1 + \sqrt{1+4y}}{2} \Rightarrow x = t^2 = \left(\frac{-1 + \sqrt{1+4y}}{2} \right)^2$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1+rx - \sqrt{1+4x}}{2} = x + \frac{1}{r} - \frac{1}{r}\sqrt{1+4x} = x + \frac{1}{r} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow a = 1, b = \frac{1}{r}, c = -\frac{1}{4} \Rightarrow a + rb + c = 1 + 1 - 1 = 1$$

⑧ $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - r}} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{n_1}{\sqrt{n_1^2 - r}} \\ y = \frac{n_2}{\sqrt{n_2^2 - r}} \end{cases} \Rightarrow \frac{n_1}{\sqrt{n_1^2 - r}} = \frac{n_2}{\sqrt{n_2^2 - r}} \Rightarrow \frac{n_1^2}{n_1^2 - r} = \frac{n_2^2}{n_2^2 - r}$

$$\Rightarrow n_1^2(n_2^2 - r) = n_2^2(n_1^2 - r) \Rightarrow n_1^2 n_2^2 - r n_1^2 = n_2^2 n_1^2 - r n_2^2 \Rightarrow n_1^2 = n_2^2 \Rightarrow n_1 = \pm n_2$$

استنتاج

$$y^{-1}: x = \frac{y}{\sqrt{y^2 - r}} \Rightarrow x\sqrt{y^2 - r} = y \Rightarrow x^2(y^2 - r) = y^2 \Rightarrow x^2 y^2 - r x^2 = y^2$$

$$\Rightarrow y^2 - x^2 y^2 = r x^2 \Rightarrow y^2 = \frac{r x^2}{1 - x^2} \Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{r x^2}{1 - x^2}}$$

$$\Rightarrow y^{-1} = \pm \sqrt{\frac{r x^2}{1 - x^2}}$$

⑨ $f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|}$, $g(x) = \sqrt{x} - 1 \Rightarrow f(x): y = \frac{x}{1+|x|}$

$$\Rightarrow x = \frac{y}{1+|y|} \xrightarrow{x = \frac{r}{\Delta}} \frac{-r}{\Delta} = \frac{y}{1+|y|} \Rightarrow -r - r|y| = \Delta y \Rightarrow \Delta y + r|y| + r = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Vy + r = 0 \Rightarrow y = -\frac{r}{V} & y > 0 \\ Vy + r = 0 \Rightarrow y = -\frac{r}{V} & y < 0 \end{cases} \Rightarrow f\left(-\frac{r}{\Delta}\right) = -\frac{r}{\Delta}$$

$$g^{-1}(x) \Rightarrow y = \sqrt{x} - 1 \xrightarrow{x = \frac{r}{\Delta}} \sqrt{y} - 1 = \frac{-r}{\Delta} \Rightarrow \frac{r}{\Delta} = \sqrt{y} \Rightarrow y = \frac{r}{\Delta^2} = g^{-1}\left(-\frac{r}{\Delta}\right)$$

$$f\left(-\frac{r}{\Delta}\right) + g^{-1}\left(-\frac{r}{\Delta}\right) = \frac{-\Delta + r}{\Delta} = \frac{-r}{\Delta}$$

Subject.

Date.

$$(10) \quad f^{-1}(x) = \sqrt[p]{x-1}, \quad g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$$

$$f(x) \rightarrow y, \quad \sqrt[p]{x-1} \Rightarrow x-1 = y^p \Rightarrow x = y^p + 1 \Rightarrow f(x) = x^p + 1$$

$$g(x) = x^p + 1 + \sqrt{x^p + 1} \xrightarrow{a=x, y=1r} g(a) = a^p + 1 + \sqrt{a^p + 1} = 1r$$

$$\Rightarrow a^p + \sqrt{a^p + 1} = 1r \Rightarrow a = r \Rightarrow g(r) = 1r \Rightarrow \boxed{g^{-1}(1r) = r}$$