

الف) $f = \{(3, 2), (n, 5), (3, n^2 - n), (m, 2), (-1, 4)\}$

تابع یک به یک $y_1 = y_2 \Rightarrow x_1 = x_2 \xrightarrow{(3, 2)} 3 = m$ / تابع $x_1 = x_2 \Rightarrow y_1 = y_2 \xrightarrow{(3, 2)} 3 = n^2 - n \rightarrow n^2 - 1 \rightarrow n = 1$ تابع نیست

ب) $f = \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (a, m-1), (a+2, n), (m, 3)\}$

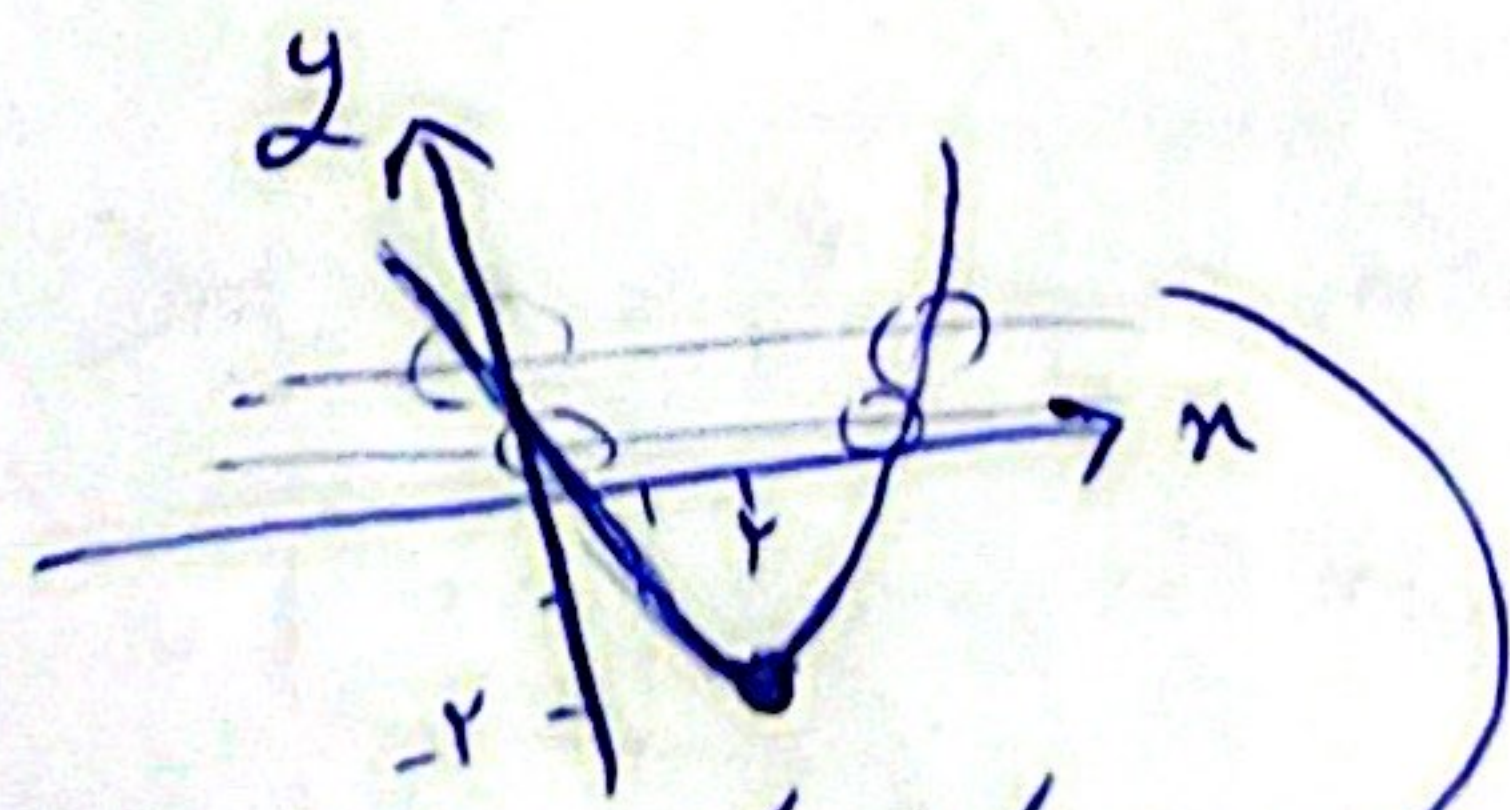
تابع یک به یک $m = 2 \xrightarrow{(2, 3)} a = 1 \xrightarrow{(-1, 1)} a = 1$ تابع $n = 2 \xrightarrow{(1, 2)} (1, m)$

$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & ; x \geq 1 \\ x+a & ; x < 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \rightarrow 3x-1 \geq 2 \\ x < 1 \rightarrow x+a < 1+a \end{cases}$ تابع یک به یک
 خود هم می توانی باسج چون اینه جزو دامنه نیست
 $1+a \leq 2 \rightarrow a \leq 1$
 و جزو دامنه نیست $x+5$
 $a \leq 1$

$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & ; x \geq 1 \\ ax+a-1 & ; x \leq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-1 \geq 2 \\ ax+a-1 \leq a-1 \end{cases} \rightarrow a-1 < 2 \rightarrow a < 3$
 $(1, 2) \in f \rightarrow (0, 2) \rightarrow$ تابع یک به یک
 $a < 0 \rightarrow ax+a-1 \geq a+1 \rightarrow \infty$

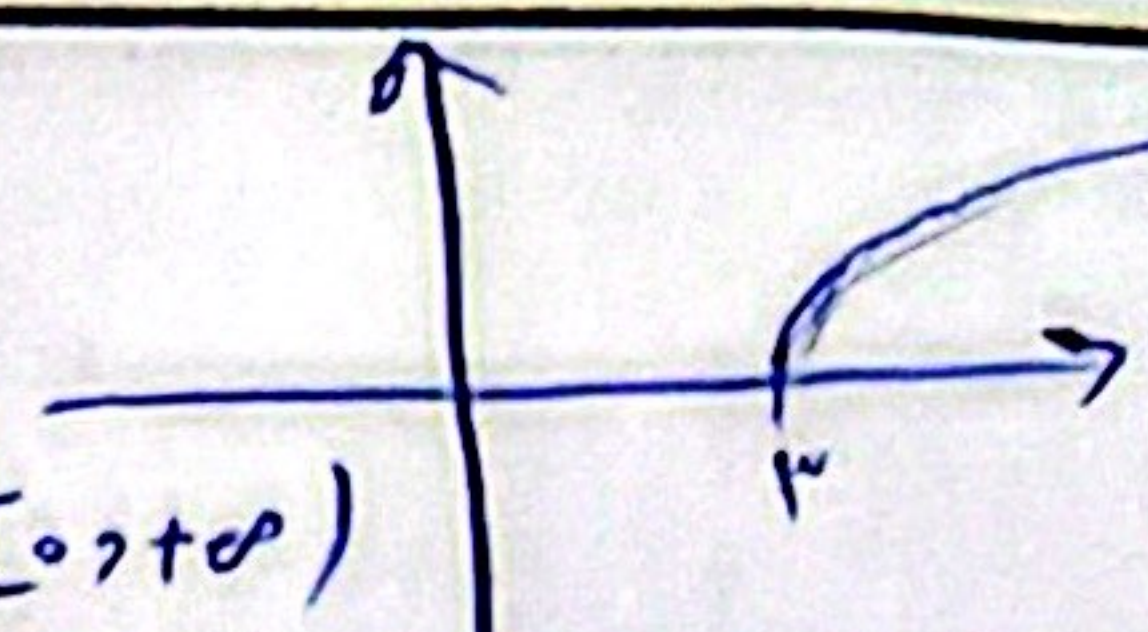
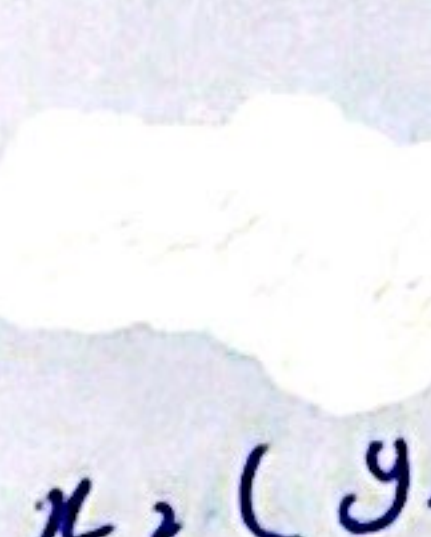
حاصل $a < 0$ $ax+a-1 \geq a+1 \rightarrow \infty$
 و مرتباً a قرار هم نباید به ازای x مقدار x یک و خواص دامنه تابع یک به یک
 $a < 0 \rightarrow$
 $a > 0 \wedge a < 3 \rightarrow 0 < a < 3 = (a \in (0, 3))$

الف) $y_1 = x_1^3 + 2 \xrightarrow{y_1 = y_2} x_1^3 + 2 = x_2^3 + 2 \rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow$ تابع یک به یک
 $y_2 = x_2^3 + 2$
 $x = y^3 + 2 \rightarrow \sqrt[3]{x-2} = y$

ب) $y = x^2 - 2x + 2$

 تابع یک به یک نیست $\leftarrow$ وارون پذیر نیست

الف) $g = \frac{3x+1}{x-2} \xrightarrow{\text{تابع موثر افک}} x = \frac{y+1}{g-2} \rightarrow g = \frac{3x+1}{x-2}$
 تابع موثر افک $\rightarrow$ تابع یک به یک $\rightarrow$ وارون پذیر

ب) $g = \frac{2x+4}{x+2} = 2 \rightarrow$ تابع یک به یک نیست $\leftarrow$ وارون پذیر نیست
 تابع ثابت 2 $(y, 2)$

الف) $g: \sqrt{x-3} \rightarrow$  $\rightarrow$ تابع یک به یک
 $R_f: [0, +\infty) \rightarrow D_{f^{-1}}: [0, +\infty)$
 $x: \sqrt{y-3} \rightarrow$  $\rightarrow$ تابع یک به یک

ب) $g: (x^2)^2 - 1 \rightarrow$
 $g: x^2 - (x+3) ; x \in [1, +\infty)$
 $D_f: [1, +\infty) \rightarrow R_{f^{-1}}: [1, +\infty)$

$x: (y-2)^2 - 1 \rightarrow \pm \sqrt{y+1} + 2 = y \rightarrow \sqrt{y+1} + 2 = y$
 $\rightarrow \sqrt{y+1} = y-2$

$f(n) = n + \sqrt{n} = (\sqrt{n} + \frac{1}{\sqrt{n}})^2 - \frac{1}{n}$
 $D_f: [0, +\infty)$
 $\pm \sqrt{n + \frac{1}{n}} - \frac{1}{\sqrt{n}} = \sqrt{y} \rightarrow \sqrt{n + \frac{1}{n}} - \frac{1}{\sqrt{n}} = \sqrt{y}$
 $\rightarrow \sqrt{n + \frac{1}{n}} = \sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{n}}$
 $\rightarrow n + \frac{1}{n} = y + \frac{2}{\sqrt{n}} + \frac{1}{n}$
 $\rightarrow n = y + \frac{2}{\sqrt{n}}$
 $\rightarrow n + \frac{1}{n} - \sqrt{n + \frac{1}{n}} = y$
 $\rightarrow n + \frac{1}{n} - \sqrt{n + \frac{1}{n}} = y$
 $\rightarrow n + \frac{1}{n} - \sqrt{n + \frac{1}{n}} = y$

$a + 2b + c = 1 + 1 - 1 = 1$
 $a = 1, b = \frac{1}{y}, c = -\frac{1}{\sqrt{y}}$

$y = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 2}}$
 $y = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 2}}$
 $\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 2}}$
 $\rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2 - 2} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 2}$
 $\rightarrow x_1^2(x_2^2 - 2) = x_2^2(x_1^2 - 2)$
 $\rightarrow x_1^2 x_2^2 - 2x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 2x_2^2$
 $\rightarrow -2x_1^2 = -2x_2^2$
 $\rightarrow x_1 = \pm x_2$

$x_1 = \pm x_2$
 $f^{-1} = \frac{\sqrt{2n}}{\sqrt{n^2 - 1}}$
 $y = \frac{\sqrt{2n}}{\sqrt{n^2 - 1}}$
 $\rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{2n}}{\sqrt{n^2 - 1}}$
 $\rightarrow y = \frac{\sqrt{2n}}{\sqrt{n^2 - 1}}$

$g(x) = \sqrt{x} - 1 \rightarrow g^{-1}(-\frac{y}{\omega}) = a \rightarrow g(a) = -\frac{y}{\omega} \rightarrow \sqrt{a} - 1 = -\frac{y}{\omega}$
 $f^{-1}(n) = \frac{n}{1+|n|} \rightarrow \frac{n}{1+n} ; n > 0$
 $\frac{n}{1-n} ; n < 0$
 $f(-\frac{y}{\omega}) = a$
 $f^{-1}(a) = -\frac{y}{\omega}$
 $\frac{-y}{\omega} = \frac{n}{1+n} \rightarrow -y - yn = \omega n \rightarrow -\frac{y}{\omega} = n$
 $\frac{-y}{\omega} = \frac{n}{1-n} \rightarrow -y + yn = \omega n \rightarrow -\frac{y}{\omega} = n$
 $\rightarrow f(-\frac{y}{\omega}) = -\frac{y}{\omega}$

$f^{-1}(n) = \sqrt[3]{n-1}$
 $f(-\frac{y}{\omega}) = -\frac{y}{\omega}$

$g(n) = f(n) + \sqrt{f(n)}$

$g^{-1}(12) = a \rightarrow g(a) = 12$
 $g(a) = f(a) + \sqrt{f(a)} = 12$
 $(\sqrt{f(a)} + 1)(\sqrt{f(a)} - 1) = 12$
 $\sqrt{f(a)} = 3$
 $f(a) = 9$
 $f^{-1}(9) = a \rightarrow \sqrt[3]{9-1} = 2 = a$
 $g^{-1}(12) = a = 2$

$\sqrt{f(a)} = 3$
 $f(a) = 9$
 $f^{-1}(9) = a \rightarrow \sqrt[3]{9-1} = 2 = a$