۲۵ عالی‌نوشت

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۰ کلاس .....

۱ (۲)

الف) $(۳,۲)=(m,۲) \Rightarrow m=۳$ $\quad (۳,۲),(۳,n^۲-n)$

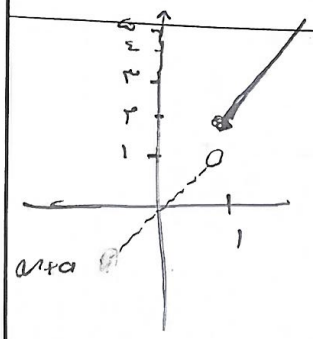
$\Rightarrow n^۲-n=۲ \Rightarrow n^۲-n-۲=۰ \Rightarrow n<\begin{matrix}-۱ \times \\ ۲ \checkmark\end{matrix}$ $\quad (-۱,۵)\neq(-۱,۴)$

$\Rightarrow n=۲$ ✓

ب) $(۲,۳),(m,۳) \Rightarrow m=۲$ ✓ $\quad (a,m-۱),(a,۱):(-۱,۱)$

$\Rightarrow a=-۱$ ✓ $\Rightarrow (a+۲,n)=(۱,n)=(۱,۲) \Rightarrow n=۲$ ✓

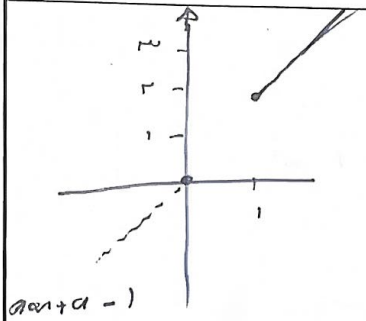
۲ (۲)



$\Rightarrow a_۱=۱ \rightarrow a_۱+a=۱+a$

$\Rightarrow ۱+a<۲ \Rightarrow a<۱$ ✓

۳ (۲)



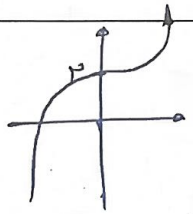
یک‌به‌یک $\Rightarrow a>۰$

$a_۱=۰ \rightarrow a-۱<۲ \Rightarrow a<۳$

$\Rightarrow ۰<a<۳ \Rightarrow a=(۰,۳)$ ✓

۴ (۲)

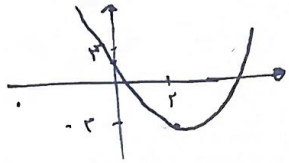
الف)



یک‌به‌یک هست ✓ $\Rightarrow D_{f^{-1}(x)}=R_{f(x)}=\mathbb{R}$

$\Rightarrow y=x^۳+۲ \rightarrow x^۳=y-۲ \rightarrow x=\sqrt[۳]{y-۲} \Rightarrow f^{-1}(x)=\sqrt[۳]{x-۲}$ ✓

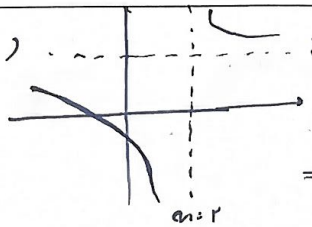
ب)



یک‌به‌یک نیست ✗ $\quad$ نمی‌تواند باشد

۵ (۲)

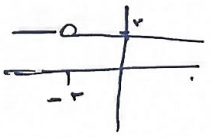
الف)



یک‌به‌یک هست ✓ $\Rightarrow D_{f^{-1}(x)}=R_{f(x)}=\mathbb{R}-\{۳\}$

$\Rightarrow \frac{۳x+۱}{x-۲}=y \Rightarrow x=\frac{۲y+۱}{y-۳} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{۲x+۱}{x-۳}$; $x\neq ۳$ ✓

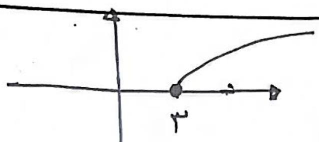
ب) $\frac{۴+۲x}{x+۲}=\frac{۲(۲+x)}{x+۲}=۲$; $x\neq -۲$



یک‌به‌یک نیست ✗

۶ (۲)

الف) $y=\sqrt{x-3}$

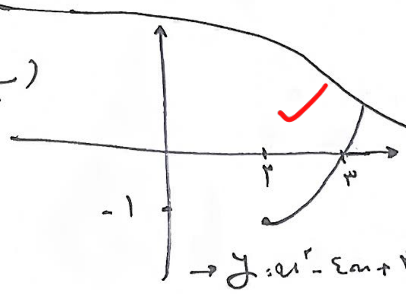


یک به یک هست ✓ $\Rightarrow D_{f^{-1}(x)}=R_{f(x)}=[0,+\infty)$

$y=\sqrt{x-3}\to y^2=x-3\to x=y^2+3\to f^{-1}(x)=x^2+3$ ✓

$\to D_{f^{-1}}=[0,+\infty)$

ب)



$D_{f^{-1}(x)}=R_{f(x)}=[-1,+\infty)\to y=x^2-4x+3$

$\to y=x^2-4x+4-1\Rightarrow y=(x-2)^2-1\to x=\sqrt{y+1}+2\to f^{-1}(x)=\sqrt{x+1}+2\ ;\ [-1,+\infty)$ ✓

---

۷ (۲)

$y=x+\sqrt{x}+\frac14-\frac14\to y=(\sqrt{x}+\frac12)^2-\frac14\to y+\frac14=(\sqrt{x}+\frac12)^2$

$\to|\sqrt{x}+\frac12|=\sqrt{y+\frac14}\Rightarrow\sqrt{x}=\sqrt{y+\frac14}-\frac12\to x=(\sqrt{y+\frac14}-\frac12)^2\Rightarrow$

(همواره مثبت)

$x=y+\frac14+\frac14-\sqrt{y+\frac14}\Rightarrow x=y-\sqrt{y+\frac14}+\frac12\to f^{-1}(x)=x-\sqrt{x+\frac14}+\frac12$

$\Rightarrow a=1,\ b=\frac12,\ c=\frac{-1}{4}\Rightarrow a+2b+4c=1+1-1=1$ ✓

---

۸ (۲)

توان دو $\to\frac{x_1^2}{x_1^2-2}=\frac{x_2^2}{x_2^2-2}\Rightarrow x_1^2x_2^2-2x_1^2=x_1^2x_2^2-2x_2^2\Rightarrow x_1^2=x_2^2$

$\Rightarrow x_1=\pm x_2$ —(x و y مختلف العلامت ندارد)$\to x_1=x_2\Rightarrow$ یک به یک هست ✓

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}}\to y^2=\frac{x^2}{x^2-2}\to x^2=\frac{2y^2}{y^2-1}\to y^2=\frac{2x^2}{x^2-1}\to y=\pm\sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}}$

—(y و x هم علامت اند)$\to y=\sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}}\Rightarrow y=\frac{x\sqrt2}{\sqrt{x^2-1}}\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x\sqrt2}{\sqrt{x^2-1}}$ ✓

---

۹ (۲)

$f(-\frac25)\longrightarrow f^{-1}(x)=\frac{x}{1+|x|}=-\frac25\to$ مخرج عبارت همواره مثبت است و چون حاصل عبارت منفی است بصورت (x) منفی است

$\Rightarrow\frac{x}{1-x}=-\frac25\Rightarrow 5x=2x-2\Rightarrow 3x=-2\Rightarrow x=-\frac23=f(-\frac25)$ ✓

$g(x)=\sqrt{x}-1\to g^{-1}(x)=(x+1)^2\Rightarrow g^{-1}(-\frac25)=(-\frac25+\frac55)^2=\frac{9}{25}$ ✓

$\Rightarrow g^{-1}(-\frac25)+f(-\frac25)=\frac{9}{25}-\frac23=\frac{27-50}{75}=\frac{-23}{75}$ ✓

---

۱۰ (۲)

$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1}\to y^3=x-1\to y^3+1=x\to f(x)=x^3+1$

$g(x)=x^3+1+\sqrt{x^3+1}\to g(x)=x^3+1+\sqrt{x^3+1}+\frac14-\frac14=(\sqrt{x^3+1}+\frac12)^2-\frac14$

$g^{-1}(12)\longrightarrow g(x)=12\to(\sqrt{x^3+1}+\frac12)^2-\frac14=12\to(\sqrt{x^3+1}+\frac12)^2=\frac{49}{4}$

$\to\sqrt{x^3+1}+\frac12=\frac72\to\sqrt{x^3+1}=3\to x^3+1=9\to x^3=8$

$\Rightarrow x=2$ ✓