مهدی کاظمی

۱-

(۲)

الف) $f=\{(3,2),(n,\omega),(3,n^2-n),(m,2),(-1,4)\}$

$n^2-n=2$

$n(n-1)=2$

$n=2$ ✓

$m=3$ ✓

ب) $f=\{(-1,1),(1,2),(2,3),(a,m-1),(a+2,n),(m,4)\}$

$m=2$ ✓

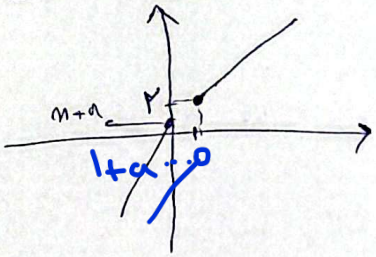
$a=-1$ ✓

$n=1$ ✓

(۱٫۲۵) ۲-

$f(x)=\begin{cases}2x-1 & x\geq 1\\ x+a & x<1\end{cases}$

$1+a$



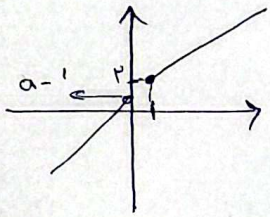
$x+a<2$

$1+a\leq 2$

$a\leq 1$

(۲) ۳-

$f(x)=\begin{cases}2x-1, & x\geq 1\\ ax+a-1, & x<0\end{cases}$



$a-1<2$

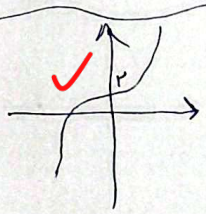
$a<3$

$a>0$ → شیب مثبت

$0<a<3$ ✓

(۲) ۴-

الف) $y=x^3+2$

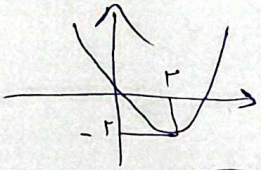


$x=y^3+2$

$x-2=y^3$

$\sqrt[3]{x-2}=y$ ✓

ب) $y=x^2-4x+2$



یک به یک نیست زیرا در یک تابع برای یک به یک بودن باید چند تا بطابق باشد

(۱) ۵-

تابع‌های خطی اکیدا یک به یک هستند ✓

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$

$x=\frac{-2y-1}{3-y}$

$f^{-1}(x)=\frac{-2x-1}{3-x}$ ✓

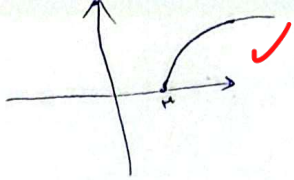
ب) $y=\frac{4+2x}{x+2}$ $\frac{2(2+x)}{x+2}=2$

$x=\frac{4-2y}{2-y}$

$f^{-1}(x)=\frac{4-2x}{2-x}$

تابع ثابت یک به یک نیست!

الف) $y = \sqrt{x-2}$



$x = \sqrt{y-2}$

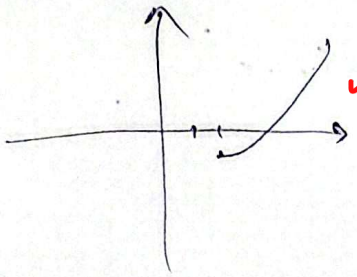
$x^2 = y-2$

$y = x^2+2$

$f^{-1}(x) = x^2+2$ ✓

۹- (۲)

ب) $y = x^2 - 4x + 2 \quad , x \in [2, +\infty)$



$y = (x-2)^2 - 1$

$x - 2 = \pm\sqrt{y+1}$

$x = 2 \pm \sqrt{y+1}$

$f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x+1}$ ✓

۷- ۵

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \qquad \frac{x_1^2}{x_1^2-2} = \frac{x_2^2}{x_2^2-2} \longrightarrow x_1^2x_2^2 - 2x_1^2 = x_2^2x_1^2 - 2x_2^2 \qquad x_1^2 = x_2^2 \longrightarrow x_1 = \pm x_2$ ✓

$x = \frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \longrightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2-2} \longrightarrow y^2x^2 - 2x^2 = y^2 = y^2x^2 - 2y^2$ (۲)

$y^2 = \frac{2x^2}{x^2-1} \longrightarrow y = \pm\sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}}$ ✓ $\frac{\sqrt{2}\,x}{\sqrt{x^2-1}}$

۹- ۵

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} \longrightarrow y = \sqrt[3]{x-1} \longrightarrow x = \sqrt[3]{y-1} \longrightarrow x^3 = y-1 \longrightarrow x^3+1 = y$ ✓ (۱)

$f(x) = x^3 + 1$ ۱۵

$g(x) = f(x) + 2\sqrt{f(x)} \longrightarrow g'(x) = f'(x) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1+2f(x)} \longrightarrow g'(1) = 12 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{9} = 12$

$f(x) + \sqrt{f(x)} = 12 \longrightarrow f(x) = 9 \longrightarrow x^3 + 1 = 9 \longrightarrow x = 2$

$f(x) = x + \sqrt{x} = (\sqrt{x} + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \longrightarrow f^{-1}(x) = (\sqrt{x+\frac{1}{4}} + \frac{1}{2})^2$ (۱۷)

$f^{-1}(x) = x + \frac{1}{2} - \sqrt{x+\frac{1}{4}}$ $\begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \\ c = -\frac{1}{4} \end{cases} \longrightarrow a+b+c = 1$

۹

$f(-\frac{۲}{۵}) = a \qquad f^{-1}(a) = -\frac{۲}{۵}$

$\frac{a}{۱+|a|} = -\frac{۲}{۵} \xrightarrow{a<۰} \boxed{a = -\frac{۲}{۳}}$

اگه $a>0$ باشه جواب نمیده!

$g^{-1}(-\frac{۲}{۵}) = b \qquad g(b) = -\frac{۲}{۵}$

$\sqrt{b} - ۱ = -\frac{۲}{۵} \rightarrow \boxed{b = \frac{۹}{۲۵}}$

$a + b = \boxed{-\frac{۲۳}{\sqrt{۵}}}$