

(۲، ۱)

$$f_s \left\{ (3, 2), (n, 1), (n^2 - n, 2), (n, 2), (-1, 1) \right\} \quad ? n, \text{ تعداد}$$

$$2 \leq n^2 - n \quad \text{برای } n=2 \text{ و } n=3 \text{ برقرار است}$$

$$\Rightarrow 2 \leq n(n-1) \quad \text{برای } n=2 \text{ و } n=3 \text{ برقرار است}$$

$$n \leq 2$$

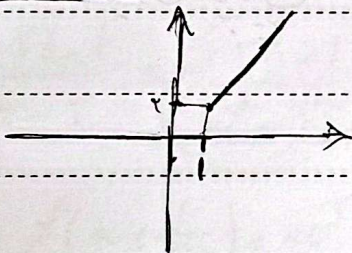
$$f_s \left\{ (-1, 1), (1, 2), (2, 3), (a, m-1), (a+2, n), (n, 3) \right\}$$

$$m \leq 2$$

$$a \leq -1$$

$$(a, 1) \quad (-1+2, n)$$

$$n \leq 2$$



$$f(x) = \begin{cases} 2x-1; & x \geq 1 \\ x+a; & x < 1 \end{cases}$$

۱) حرکت از بالا به پایین نمودار یک به یک باشند

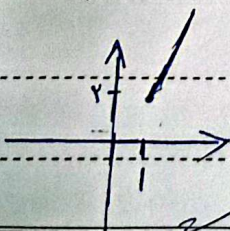
۲) اشتراک بردارهای باشد

۳) اشتراک بردارهای باشد

$$x+a < 2$$

$$a \in (-\infty, 2)$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1; & x \geq 1 \\ x+a-1; & x < 1 \end{cases}$$



$$a \in (0, +\infty)$$

Arman

④ یک به یک بدون توابع را بررسی کن و اگر بدون معکوس کن.

الف) $y = x^3 + 2$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} y_1 = x_1^3 + 2 \\ y_2 = x_2^3 + 2 \end{cases} \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow x_1^3 + 2 = x_2^3 + 2$

$\Rightarrow x_1^3 = x_2^3 \Rightarrow \boxed{x_1 = x_2} \Rightarrow$ یک به یک!

① $x^3 = y - 2$ $\Rightarrow$ $x = \sqrt[3]{y-2} \Rightarrow y = \sqrt[3]{x-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-2}$

توجه درجه ۲ است و سه است پس باید $y = x^2 - (x+2)$ (ب)

یک به یک نیست

⑤ یک به یک بدون وجود آسان ضابطه معکوس! $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ $ad \neq bc$ $y = \frac{a}{c}$

الف) $y = \frac{x^3 + 1}{x - 3}$ $x^3 - 1 \neq 1$ $x = \frac{y+1}{y-3}$

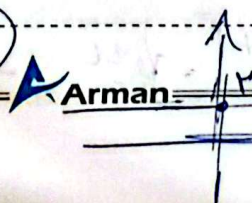
$y = \frac{2x+1}{x-3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-3}$

ب) $\frac{2x+5}{x+2}$

این گویا است که حتماً باید درجه ۲ باشد $2 \times 2 = 4$

می‌تواند ...

$y = \frac{2(x+2)}{x+2} = y = 2$



این همگرا نیست
درجه ۲ یک به یک نیست
و معکوس پذیر نیست

$$y = \sqrt{x-3} \quad (f)$$

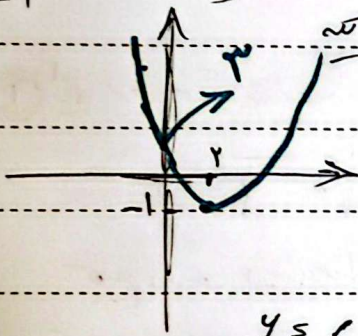
یاد به یاد بردن و بعد نه یاد مکنوس

$$x = \sqrt{y-3} \Rightarrow y-3 = u^2 \Rightarrow y = u^2 + 3 \rightarrow \boxed{f^{-1}(u) = u^2 + 3}$$

$$u > 0$$

عقب از کی میوه می که یاد به یاد بردن و بعد نه یاد مکنوس

$$(2)^2 - 1 + 3 = 4 - 1 + 3 = 6 \rightarrow \frac{b}{2a} = \frac{-1}{2} = -0.5$$



مدرسه به عنوان از مکتب تا به بی نهایتی هست یعنی کلاس به کلاس
اما حالا نمودارش هم می کشیم.

$$y = u^2 - 2u + 3 + 1 - 1 \Rightarrow y = u^2 - 2u + 3$$

$$y = (u-2)^2 - 1 \Rightarrow u-2 = \pm \sqrt{y+1} \Rightarrow u = 2 \pm \sqrt{y+1}$$

به یاد به یاد بردن علامت منفی غیر قابل قبوله چرا که دامنه ی تابع اولیه $[2, +\infty)$ هست و برد تابع مکتوس به نیز باید از ۲ بیشتر

$$(7) \text{ وارون تابع } f(u) = u + \sqrt{u} \text{ در بازه } (0, +\infty) \text{ به صورت}$$

جواب:

$$f^{-1}(u) = au + b - \sqrt{u} - c$$

تعیین مقیاس

$$\sqrt{u} + u = y \Rightarrow t^2 = u \quad t = \sqrt{u} \rightarrow t^2 + t = y \rightarrow t^2 + t - y = 0$$

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{1 + 4y}}{2} \right)^2 = u \quad \frac{-1 + \sqrt{1 + 4y}}{2} = \sqrt{u} \quad \frac{-1 + \sqrt{1 + 4y}}{2} = t$$

$$f^{-1}(y) = -\frac{1}{2}\sqrt{4y+1} + \frac{1}{2} + y \Rightarrow f^{-1}(y) = \sqrt{y+\frac{1}{4}} + \frac{1}{2} + y$$

$$\Rightarrow f^{-1}(u) = \sqrt{u+\frac{1}{4}} + \frac{1}{2} + u \Rightarrow \begin{bmatrix} a=1 \\ b=\frac{1}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c=-\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a+2b+4c \\ 1+2(\frac{1}{4})+4(-\frac{1}{2}) \end{bmatrix}$$

نکته: در اینجا باید دقت کرد که $\sqrt{u+\frac{1}{4}}$ را به صورت $\sqrt{u^2-2}$ ننویسیم.

$$f(u_1) = f(u_2)$$

اگر از این نتیجه بگیریم در میابیم.

$$\left(\frac{u_1}{\sqrt{u_1^2-2}} \right) = \left(\frac{u_2}{\sqrt{u_2^2-2}} \right) \Rightarrow \frac{u_1^2}{u_1^2-2} = \frac{u_2^2}{u_2^2-2} \Rightarrow \frac{u_1^2 u_2^2 - 2u_1^2}{u_1^2 u_2^2 - 2u_2^2} = \frac{u_1^2 u_2^2 - 2u_1^2}{u_1^2 u_2^2 - 2u_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{u_1^2 u_2^2 - 2u_1^2}{u_1^2 u_2^2 - 2u_2^2} = \frac{u_1^2 u_2^2 - 2u_2^2}{u_1^2 u_2^2 - 2u_2^2} \Rightarrow \cancel{u_1^2} = \cancel{u_2^2}$$

$$u_1 = \pm u_2$$

پس این است که به چه چیزی گفته اند الان می بینیم که $u_1 = \pm u_2$ اما ۱۰۰٪ در استیجاری ولی حقیقت اینست که u_1 یا u_2 می تواند دو مختلف علامت داشته باشند اینی به خاطر به توان ۲ رساندن ما انطور شده و در واقع $u_1 = u_2$ پس تابع یک به یک است.

$$y = \frac{u}{\sqrt{u^2-2}} \Rightarrow u = \frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \Rightarrow u^2 = \frac{y^2}{y^2-2}$$

$$= \frac{y^2 u^2 - 2u^2}{y^2} = \frac{y^2}{y^2-2} \Rightarrow y^2 u^2 - y^2 = 2u^2 \Rightarrow y^2(u^2-1) = 2u^2$$

$$y^2 = \frac{2u^2}{u^2-1} \Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{2u^2}{u^2-1}} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2}u}{\sqrt{u^2-1}}$$

u و y هم علامت دارند پس u و y علامت $\pm$ دارند.

④ اگر $f(u) = \frac{u}{1+u}$ و $g(u) = \sqrt{u}-1$ باشد، $f^{-1}(-\frac{2}{5}) + g^{-1}(-\frac{2}{5})$

برای اول معلوم است: $\frac{u}{1+u} = y \Rightarrow u = y(1+u) \Rightarrow u = y - yu \Rightarrow u + yu = y \Rightarrow u(1+y) = y \Rightarrow u = \frac{y}{1+y}$

دائمی $u > 0$ در این حالت
برای $y \in [0, 1]$ $y = \frac{u}{1+u}$

بعضی از این $y = \frac{u}{1+u}$ $u = y(1+u) \Rightarrow u = y - yu \Rightarrow u + yu = y \Rightarrow u(1+y) = y \Rightarrow u = \frac{y}{1+y}$

اگر $u < 0$ باشد $u = y - yu \Rightarrow u + yu = y \Rightarrow u(1+y) = y \Rightarrow u = \frac{y}{1+y}$

دائمی $u < 0$ در این حالت $y \in (-\infty, 0)$

$-\frac{2}{5}$ از صفر کمتر است پس: $f(-\frac{2}{5}) = \frac{-\frac{2}{5}}{1-\frac{2}{5}} = \frac{-\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}} = -\frac{2}{3}$

$g^{-1}(-\frac{2}{5}) = \frac{9}{25}$

$(-\frac{2}{5} + 1)^2 = (\frac{3}{5})^2 = \frac{9}{25}$

$(1+y)^2 = g^{-1}(u)$

$-\frac{2}{3} + \frac{9}{25} = \frac{-50+36}{75} = -\frac{14}{75}$

$$g^{-1}(12) \text{ چه می باشد؟ } g(u) = f(u) + \sqrt{f(u)}, f^{-1}(u) = \sqrt[3]{u-1} \quad (10)$$

$$f(u) = t \Rightarrow \sqrt{t+6} = g(u) \Rightarrow g(u) = 12$$

$$12 = t + \sqrt{t} \Rightarrow s^2 + s - 12 = 0$$

فرض می کنیم
 $s = \sqrt{t}$

$$s^2 = t$$

$$s = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2}$$

$$-5$$

$$3$$

چون $0 \leq \sqrt{t} = s$ جواب معتبر: $s = 3$
 $t = s^2 = 9$

حالاتی که $t \geq 9$ بوده و چون $f^{-1}(u) = \sqrt[3]{u-1}$

$$f^{-1}(9) = \sqrt[3]{9-1} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$g^{-1}(12) = 2$$

۱۱:۵۰

۴. به عذرخواهی می خواهم بگویم به خاطر دیر رسیدن بودن آن و هم تذکران
 به خط بودن آن و آخرت بودن آن است. لا اله الا الله

خسته باشید