موضوع: علی مرزان - تکلیف ۹ تاریخ: / /

۱ـ

$f(\frac{۲}{۳}) = \cot\frac{\pi}{۶} = \sqrt{۳}$

$f(\sqrt{۳}) = \sqrt{۳+۱} = \sqrt{۴} = \boxed{۲}$

۲ـ

الف) $g(\frac{\pi}{۳}) = ۲\cos^۲\frac{\pi}{۳} = \frac{۱}{۲}$

$f(\frac{۱}{۲}) = \sqrt{\frac{۴-۱}{۴}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

ب) $g(\sqrt{۲}) = \frac{\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}} \times \frac{۱+\sqrt{۲}}{۱+\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}+۲}{-۱} = -(\sqrt{۲}+۲)$

$f(-(\sqrt{۲}+۲)) = [-(\underset{۳٫۴}{\cancel{\sqrt{۲}+۲}})] = -۴$

۳ـ

$f(\frac{\pi}{۴}) = \sin\frac{\pi}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$g(\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}\sqrt{۱-\frac{۱}{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \cdot \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{۱}{۲}$

۴ـ

الف) $f(g(x)): \{(۲,۵)(۴,۵)(۶,۱۲)(۸,۱۲)\}$

ب) $g(f(x)): \{\ \} = \emptyset$

ج) $f(f(x)): \{\} = \emptyset$

د) $g(g(x)): \{(۴,۸)(۲,۶)(۶,۱۰)\}$

۵ـ

$f(g(x)) \longrightarrow f(g(۴)) = ۲ \rightarrow g(۴) = ۳$

$\rightarrow a = ۳$

$g(f(x)) \rightarrow g(f(۴)) = ۱$

$\rightarrow f(۴) = ۵ \rightarrow b = ۱$

۶ـ

$g(\underbrace{۲x+۳}_{t}) = ۳x - ۲ \rightarrow ۲x + ۳ = t \rightarrow ۲x = t - ۳ \rightarrow x = \frac{t-۳}{۲}$

$(t) = ۳\left(\frac{t-۳}{۲}\right) - ۲ = \frac{۳t}{۲} - \frac{۹}{۲} - ۲ = \frac{۳t}{۲} - \frac{۱۳}{۲} \rightarrow g(x) = \frac{۳x}{۲} - \frac{۱۳}{۲}$

$x) = ax + b \rightarrow f(f(x)) = a(ax+b) + b = a^۲x + ab + b$

$۴ \rightarrow a = \pm ۲ \rightarrow ab + b = ۳$ ⊕ $۲b + b = ۳ \rightarrow b = ۱ \rightarrow f(x) = ۲x + ۱$

⊖ $-۲b + b = ۳ \rightarrow b = -۳$ $f(x) = -۲x - ۳$

$(f(-۱))$ $<$ $f(-۱) = -۱ \rightarrow g(-۱) = \textcircled{-۸}$

$f(-۱) = -۱ \rightarrow g(-۱) = -۸$

۷-

$$g(f(x)) = \frac{۱}{(x+|x|)^۲ - ۴\sqrt{x+|x|}}$$

$|x|$: $x>۰$ ، $x\leq ۰$ ، $x<۰$ $\rightarrow$ غیرقابل قبول ← مخرج صفر می‌شود

✓ اگر $x>۰ \rightarrow g(f(x)) = \frac{۱}{۴x^۲ - ۴\sqrt{۲x}} \rightarrow \neq ۰$

$۴x^۲ \neq ۴\sqrt{۲x} \Rightarrow x^۴ \neq ۲x \Rightarrow x^۳ \neq ۲ \Rightarrow x \neq \sqrt[۳]{۲}$

$\rightarrow D_f = (۰, +\infty) - \{\sqrt[۳]{۲}\}$

۸-

$f+g = \sqrt{۱-x^۲} + \sqrt{x}$

$(f+g)(f(x)) = \sqrt{۱-(\sqrt{۱-x^۲})^۲} + \sqrt{\sqrt{۱-x^۲}} = \sqrt{x^۲} + \sqrt[۴]{۱-x^۲}$

$= |x| + \sqrt[۴]{۱-x^۲} \Rightarrow ۱-x^۲ \geq ۰ \Rightarrow x^۲ \leq ۱ \Rightarrow -۱ \leq x \leq ۱$

$\rightarrow D_f = [-۱, ۱]$

۹-

الف) $\frac{۳x+۱}{x-۲} = t \Rightarrow x = \frac{۲t+۱}{t-۳} \Rightarrow f(t) = ۴\left(\frac{۲t+۱}{t-۳}\right) + ۵$

$\rightarrow f(x) = \frac{۱۳x-۱۱}{x-۳}$

ب) $f\left(x+\frac{1}{x}\right)=\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^{۲}+\frac{1}{x^{۲}}-1\right)$

$\Rightarrow \left(x+\frac{1}{x}\right)\left(\left(x+\frac{1}{x}\right)^{۲}-۳\right)=f\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$\rightarrow f(x)=x(x^{۲}-۳)=x^{۳}-۳x$

۱۵ -

$f(x)=x\sqrt{x}$

$g\circ f(۱)=۵ \Rightarrow f(x)=۱ \Rightarrow x=۱$

$g\circ f(۲\sqrt{۲})=۵ \Rightarrow f(x)=۲\sqrt{۲} \Rightarrow x=۲$

$\Big\}$ (۲،۱)