نام و نام خانوادگی: ابوالفضل ابوفاضلی   تکلیف شماره ۶

۱

الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x = x(x^2 - 3x + 3) \Longrightarrow x^2 - 3x + 3$: همواره $\oplus$ $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta = 9 - 12 < 0 \end{cases}$

$\Longrightarrow x = \dfrac{y}{x^2 - 3x + 3} \longrightarrow x^2 - 3x + 3 \neq 0 \Longrightarrow D_y = \mathbb{R} \Longrightarrow x = \underset{\text{همواره برقرار}}{y} \Longrightarrow R_y = \mathbb{R}$

ب) $y = \dfrac{1}{x^2 - 2x} \Longrightarrow yx^2 - 2yx - 1 = 0 \Longrightarrow x = \dfrac{2y \pm \sqrt{4y^2 + 4y}}{2y} \Longrightarrow \begin{cases} y \neq 0 \\ 4y^2 + 4y \geq 0 \end{cases}$ ($2y \neq 0$)

$\longrightarrow 4y(y+1) \geq 0 \Longrightarrow$ (جدول تعیین علامت: -1 ، 0 ؛ $+ \; - \; +$) $\Longrightarrow R_y = (-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$

۲

الف) $x^2 - 4x + 10 \longrightarrow ext: \begin{cases} \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{4}{2} = 2 \\ (2)^2 - 4(2) + 10 = 6 \end{cases} \xrightarrow{a > 0} R_y = [6, +\infty)$

ب) $-x^2 + 6x + 3 \longrightarrow ext: \begin{cases} \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-6}{-2} = 3 \\ -(3)^2 + 6(3) + 3 = 12 \end{cases} \xrightarrow{a < 0} (-\infty, 12] \Longrightarrow R_y = (-\infty, 12]$

ج) $\sqrt{x^2 - 4x + 3} \longrightarrow ext \begin{cases} \dfrac{4}{2} = 2 \\ (2)^2 - 8 + 3 = -1 \end{cases} \xrightarrow{a > 0} [-1, +\infty) \Longrightarrow \sqrt{[-1, +\infty)} = [0, +\infty) \rightarrow R_y$

د) $\sqrt{6x - x^2} \longrightarrow ext \begin{cases} \dfrac{-6}{-2} = 3 \\ 6(3) - (9) = 9 \end{cases} \Longrightarrow R_y = \sqrt{(-\infty, 9]} = [0, 3]$

۳

الف) $y = x^3 - 5x^2 + 2x + 1 \xrightarrow{\text{بزرگترین توان: فرد}} R_y = \mathbb{R}$

ب) $y = x^7 - 6x^4 + 3x + 2 \xrightarrow{\text{بزرگترین توان: فرد}} R_y = \mathbb{R}$

ج) $y = \sqrt{x^7 - 6x^2 + 5x + 1} \Longrightarrow R_y = \sqrt{\mathbb{R}} = [0, +\infty)$

د) $y = (x^5 - 4x^2 + 3x + 1)^2 \Longrightarrow R_y = (\mathbb{R})^2 = \mathbb{R}$

۴

الف) $y = \dfrac{3x+1}{x-2} \Longrightarrow R_y = \mathbb{R} - \{\tfrac{a}{c}\} \Longrightarrow R_y = \mathbb{R} - \{3\}$

ب) $y = \dfrac{2x+1}{x+1} \xrightarrow[c \neq 0]{ad \neq bc} R_y = \mathbb{R} - \{\tfrac{a}{c}\} \Longrightarrow R_y = \mathbb{R} - \{2\}$

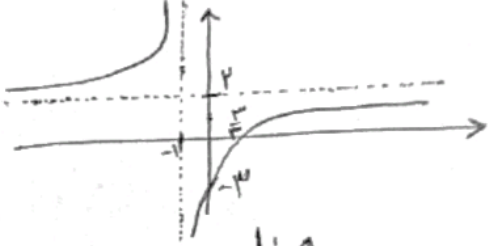
۵

الف) $y = \sqrt{\dfrac{2x+4}{x+1}} \xrightarrow[c \neq 0]{ad \neq bc} R_y = \mathbb{R} - \{\tfrac{a}{c}\} \Longrightarrow R_y = \sqrt{\mathbb{R} - \{2\}} \Longrightarrow R_y = [0, +\infty) - \{\sqrt{2}\}$

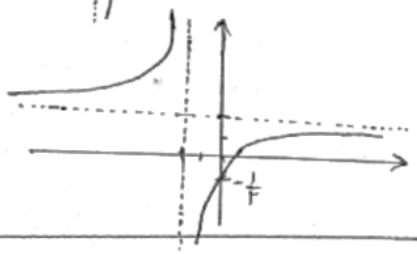
ب) $y = \sqrt{\dfrac{3x+1}{2-x}} \xrightarrow[c \neq 0]{ad \neq bc} R_y = \mathbb{R} - \{\tfrac{a}{c}\} \Longrightarrow R_y = \sqrt{\mathbb{R} - \{-3\}} \Longrightarrow R_y = [0, +\infty)$

۴

الف) $y=\frac{۲x-۳}{x+۱}$ $\xrightarrow[c\neq ۰]{ad\neq bc}$ مجانب $\begin{cases}\text{افقی: } \frac{a}{c}=۲\\ \text{عمودی: } x+۱\neq ۰ \to x=-۱\end{cases}$



ب) $y=\frac{۲x-۱}{x+۲}$ $\xrightarrow[c\neq ۰]{ad\neq bc}$ مجانب $\begin{cases}\text{افقی: } \frac{a}{c}=۲\\ \text{عمودی: } x+۲\neq ۰ \to x=-۲\end{cases}$



۷

الف) $y=\sin x+\frac{۱}{\sin x}$ $\xrightarrow{-۱\leq \sin x\leq ۱}$ $Ry=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$ $\sin x=۱$ ✓

ب) $\frac{x^۴+۱}{x^۲}=x^۲+\frac{۱}{x^۲}$ $\xrightarrow[x^۲>۰]{x^۲\neq ۰}$ $Ry=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$ $x^۲=۱$ ✓

ج) $\frac{\sqrt[۳]{x^۲}+۱}{\sqrt[۳]{x}}=\sqrt[۳]{x}+\frac{۱}{\sqrt[۳]{x}}$ $\xrightarrow[\sqrt[۳]{x}>۰]{\sqrt[۳]{x}<۰}$ $Ry=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

د) $\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}$ $\xrightarrow[\sqrt{x}=۱]{\sqrt{x}>۰}$ ✓ $Ry=[۲,+\infty)$

۸

الف) $x^۲+\frac{۱}{x^۲+۲}\longrightarrow \underbrace{\left(x^۲+۲+\frac{۱}{x^۲+۲}\right)}_{\geq ۴}-۲ \Rightarrow Rf=[۲\tfrac{۱}{۲},+\infty) \Rightarrow Ry=[۲\tfrac{۱}{۲},-\infty)-۳$

$\Longrightarrow Ry=[\frac{۱}{۲},+\infty)$

ب) $\frac{x^۲+۵}{\sqrt{x^۲+۴}}=\sqrt{x^۲+۴}+\frac{۱}{\sqrt{x^۲+۴}}$ $\xrightarrow[x^۲+۴>۰]{x^۲+۴\neq ۱}$ $Min_{x^۲+۴}=۲ \Rightarrow Ry=[۲+\frac{۱}{۲},+\infty)$

$\Longrightarrow Ry=[۲,۵,+\infty)$

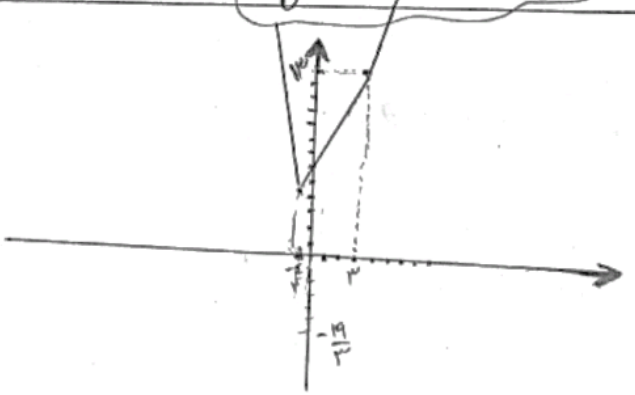
۹

$y=|x-۳|+|۲x+۴|$

$-\frac{۴}{۳}$ ، ۳

$-۴x-۱$	$۳x+۴-x+۳$	$x-۳+۲x+۴$
	$۲x+۷$	$۳x+۱$

$\left(-\frac{۱۳}{۳}\right)$ ، (۱۳)



۱۰

الف) $y=|x-۲|+|۲x+۲|$ $\longrightarrow$ $\begin{cases}۳x\ ;\ x\geq ۲ \longrightarrow R=[۶,+\infty)\\ x+۴\ ;\ -۱\leq x\leq ۲ \longrightarrow R=[۳,۶]\\ -۳x\ ;\ x\leq -۱ \longrightarrow R=[۳,+\infty)\end{cases}$ $\xrightarrow{\cup}$ $Ry=[۳,+\infty)$

ب) $y=|۲x-۲|-|x+۱|$ $\longrightarrow$ $\begin{cases}x-۳\ ;\ x\geq ۱ \longrightarrow R=[-۲,+\infty)\\ -۳x+۱\ ;\ -۱\leq x\leq ۱ \longrightarrow R=[-۲,۴]\\ -x+۳\ ;\ x\leq -۱ \longrightarrow R=[۴,+\infty)\end{cases}$ $\xrightarrow{\cup}$ $Ry=[-۲,+\infty)$

$۳-x$	$-۳x+۱$	$x-۳$
	(۴)	(-۲)

-۱ ، ۱