نام و نام خانوادگی [illegible] پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره [illegible] کلاس [illegible]

۱

$f(x+۱) = (\frac{۱}{۲})^{x-۱} - ۱ = ۰ \quad (\frac{۱}{۲})^{x-۱} = ۱ \quad x = ۱ \quad y = \sqrt{x^۳ f(x+۱)}$

		۰		۱	
	−	۰	ق ق	۰	−

$\boxed{D = \mathbb{R} - (۰ , ۱)}$

۲

$f(-x) = \sqrt{-x + |-x+۲|}$ $\quad \sqrt{-۲x+۲} \quad \overset{۲}{\text{ق ق}} \sqrt{-x+x-۲} \Rightarrow$ ق ق $\quad \sqrt{۲x+۲} \Rightarrow$

	۱	
+	۰	−

$\boxed{D_f = (-\infty , ۱]}$

۳

$y = \sqrt{\frac{x-۱}{f(x)}}$

		−۴		۱		۲		۳	
f(x)	+	۰	−		−	۰	+	۰	ق ق
x−۱	−		−	۰	+		+		+
y	ق ق	ق	+	۰	ق ق	ق	+	ق	ق ق

$\boxed{D = (-۴ , ۱] \cup (۲ , ۳)}$

۴

$۹x^۴ - ۷x^۲ - ۴x - ۳ = (۳x^۲ + ax + b)(۳x^۲ + a'x + b') = ۹x^۴ + ۳ax^۳ + ۳bx^۲ + ۳a'x^۳ + aa'x^۲ + a'bx + ۳b'x^۲ + ab'x + bb'$

ضریب $x^۳$ ۰ است. $\Rightarrow ۳a + ۳a' = ۰ \quad a = -a'$. ضریب $x^۲$ −۷ است $\Rightarrow ۳b + aa' + ۳b' = -۷$

$۳b + ۳b' = -۶ \quad b + b' = -۲$ ضریب $x^۰$ −۳ است $\Rightarrow bb' = -۳ \quad (t-b)(t-b') = ۰$

$t^۲ - (b+b')t + bb' = ۰ \quad t^۲ + ۲t - ۳ = ۰ \quad (t+۳)(t-۱) = ۰ \quad b = -۳ \quad b' = ۱$

ضریب x −۴ است $\Rightarrow a'b + ab' = -۴ \quad ab' - ab = -۴ \quad a(۱+۳) = -۴ \quad a = -۱ \quad a' = ۱$

$\sqrt{-(a+b)} = \sqrt{-(-۱-۳)} = \boxed{۲}$

۵

$y = \sqrt{f(x) - f(\frac{۴}{x})} = \sqrt{x^۳ + x - (\frac{۶۴}{x^۳} + \frac{۴}{x})} = \sqrt{\frac{x^۶ + x^۴ - ۶۴ - ۴x^۲}{x^۳}}$

$= \sqrt{\frac{(x^۶ - ۶۴) + (x^۴ - ۴x^۲)}{x^۳}} = \sqrt{\frac{(x^۳-۸)(x^۳+۸) + x^۲(x-۲)(x+۲)}{x^۳}} = \sqrt{\frac{(x-۲)(x^۲+۲x+۴)(x+۲)(x^۲-۲x+۴) + x^۲(x-۲)(x+۲)}{x^۳}}$

$= \sqrt{\frac{(x-۲)(x+۲)(x^۲ + (x^۲+۲x+۴)(x^۲-۲x+۴))}{x^۳}} = \sqrt{\frac{(x-۲)(x+۲)(\overset{\Delta<۰}{x^۴ + ۵x^۲ + ۱۶})}{x^۳}}$

	−۲		۰		۲	
ق ق	۰	+	ق	ق ق	۰	+

$D = [-۲ , ۰) \cup [۲ , \infty)$

۶

$x(x^۲+۱)=۱۰ \quad x=۲ \quad f(۱۰)=۲\times۴-۱=۷$

$x^۳+x-۲=۰$

$$\begin{array}{l|l} x^۳+x-۲ & x-۱ \\ \hline -x^۳+x^۲ & x^۲+x+۲ \\ x^۲-x & \hookrightarrow \Delta<۰ \\ -x^۲+x & \\ ۲x-۲ & \\ ۲x-۲ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$\Rightarrow x=۱ \quad f(۲)=۲\times۱-۱=۰$

$f(۱۰)+f(۲)=۷+۰=۷$

۷

$f(x)=x^۳-۶x^۲+۱۲x-۸+۸=(x-۲)^۳+۸$

$g(x)=x^۳+۹x^۲+۲۷x+۲۷-۲۷=(x+۳)^۳-۲۷$

$$\frac{g(\sqrt[۳]{۷}-۳)}{f(\sqrt[۳]{۲}+۲)}=\frac{(\sqrt[۳]{۷}-۳+۳)^۳-۲۷}{(\sqrt[۳]{۲}+۲-۲)^۳+۸}=\frac{۷-۲۷}{۲+۸}=\frac{-۲۰}{۱۰}=-۲$$

۸

$x=۴ \quad g(۴)=\sqrt{۴-۴\sqrt{۰}}=۲$

$f(۴)=\sqrt{۴+۴\sqrt{۰}}=۲$

$\}\ f(۴)+g(۴)=۲+۲=۴=a+b\sqrt{۴+c}$

$g(۵)=\sqrt{۵-۴\sqrt{۱}}=۱$

$f(۵)=\sqrt{۵+۴\sqrt{۱}}=۳$

$\}\ f(۵)+g(۵)=۳+۱=۴=a+b\sqrt{۵+c}$

$g(۸)=\sqrt{۸-۴\sqrt{۴}}=۰$

$f(۸)=\sqrt{۸+۴\sqrt{۴}}=۴$

$\}\ f(۸)+g(۸)=۴+۰=a+b\sqrt{۸+c}$

به ازای هر سه عدد زیر رادیکال در معادله‌ی $a+b\sqrt{x+c}$ جوابی یکسان می‌گیریم پس یعنی جمع توابع f و g به $b\sqrt{x+c}$ بستگی ندارد. پس $b=۰$ و $a=۴$ در اینصورت c هر عدد دلخواهی تواند باشد.

۹

$f(x)=\frac{x-۲}{(x-۳)(x-۱)} \Rightarrow x\neq ۱,۳ \quad x=۰ \Rightarrow \frac{g}{f}=\frac{۴}{\frac{۲}{(-۳)(-۱)}}=۶$

$x=۲ \Rightarrow \frac{g}{f}=\frac{۱}{\frac{۴}{(-۱)(۱)}}=-\frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{g}{f}=\{(۰,۶),(۲,-\frac{۱}{۴})\}$

الف) $f(۲x)=\{(-\frac{۱}{۲},۶),(\frac{۱}{۲},۲),(۲,۲),(۱٫۵,-۱)\}$

ب) $f(x^۲)=\{(۱,۲),(\sqrt{۳},-۱),(۲,۲)\}$

ج) $۲g^۲(x)+۱=۲(\{(-۲,۹),(-۱,۰),(۱,۱),(۳,۴)\})+۱=\{(-۲,۱۹),(۱,۳),(۳,۹),(-۱,۱)\}$

د) $\frac{۲f}{g}=\{(۱,-۴),(۳,-۱)\}$