نام و نام خانوادگی [illegible] پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره [illegible] کلاس [illegible]

۱

$x^2 f(x+1)=۰ \to x_۱=۰$

$x_۲: \log_{\frac{۱}{۲}}^{۱} = x-۲ \to x=۲, \; f(x+1)=۰ \} \; x_۲=۱$

$\begin{array}{ccccc} & ۰ & & ۱ & & ۲ \\ - & ۰ & + & ۰ & - \end{array}$

$\to f(x+1)=\frac{۱}{۲}-۱=-\frac{۱}{۲}$

$D=[۰,۱]$

۲

$f(-x)=\sqrt{-x+|-x+۲|}$

$x=|-x+۲| \to x=۱$

$\begin{array}{ccc} & ۱ & \\ + & ۰ & - \end{array}$

$D_{f(-x)}=(-\infty,۱]$

۳

$\frac{x-۱}{f(x)} \geq ۰ \qquad D_f \subseteq [-۵,۳]$

$\to x \neq ۳,۲,-۴$

$\begin{array}{cccccccccc} -۵ & & -۴ & & ۱ & & ۲ & & ۳ \\ & - & & + & ۰ & - & & + & \end{array}$

$D=(-۴,۱] \cup (۲,۳)$

۴

$۹x^4-۷x^2-۴x-۳=\underbrace{(۳x^2+x+۱)}_{\Delta<۰}(۳x^2-x-۳)$

$D_۱=D_۲ \Rightarrow ۳x^2+ax+b=۳x^2-x-۳ \to a=-۱, \; b=-۳ \to \sqrt{-(a+b)}=\boxed{۲}$

$R-\{x \mid ۳x^2-x-۳=۰\}$

۵

$f\left(\frac{۴}{x}\right)=\frac{۶۴}{x^3}+\frac{۴}{x}=\frac{۶۴x+۴x^3}{x^4}=۴\left(\frac{x^3+۱۶x}{x^4}\right)=۴\left(\frac{x^2+۱۶}{x^3}\right)$

$f(x) \geq f\left(\frac{۴}{x}\right) \to x^3+x \geq ۴\left(\frac{x^2+۱۶}{x^3}\right)$

$x>۰ \to x^6+x^4 \geq ۴(x^2+۱۶) \to x^6+x^4-۴x^2-۶۴ \geq ۰$

$p=x^2 \to p^3+p^2-۴p-۶۴ \geq ۰$

$(p-۴)\underbrace{(p^2+۵p+۱۶)}_{\Delta<۰} \geq ۰ \to x^2 \geq ۴ \; \boxed{[۲,+\infty)} \; \text{I}$

$\begin{array}{ccccccc} & -۲ & & ۰ & & ۲ & \\ - & ۰ & + & ۰ & - & ۰ & + \end{array}$

$x<۰ \to x^2 \leq ۴$

$\begin{array}{ccccccc} & -۲ & & ۰ & & ۲ & \\ - & ۰ & + & ۰ & - & ۰ & + \end{array}$

$[-۲,۰) \; \text{II}, \; \text{I} \Rightarrow \boxed{D=[-۲,۰) \cup [۲,+\infty)}$

$f(۲) = f(۱^۳+۱) = ۲-۱ = ۱$ $\boxed{f(۲)+f(۱۰)=۸}$ ۶

$f(۱۰) = f(۲^۳+۲) = ۲\times۴-۱ = ۷$

$g(x) = x^۳+۹x^۲+۲۷x = (x+۳)^۳-۲۷$ ۷

$f(x) = x^۳-۶x^۲+۱۲x = (x-۲)^۳+۸$

$\rightarrow \dfrac{g(\sqrt[۳]{۷}-۳)}{f(\sqrt[۳]{۲}+۲)} = \dfrac{۷-۲۷}{۲+۸} = \boxed{-۲}$

$f(x) = \sqrt{x+۴\sqrt{x-۴}} = \sqrt{(\sqrt{x-۴}+۲)^۲} = \sqrt{x-۴}+۲$ ۸

$g(x) = \sqrt{(\sqrt{x-۴}-۲)^۲} = |\sqrt{x-۴}-۲|$

$f(x)+g(x) \overset{x\geq۸}{=} ۲\sqrt{x-۴} \rightarrow a=۰ , b=۲ , c=-۴$

$۴\leq x<۸ \neq a+b\sqrt{x+c}$ $\dfrac{a+b}{c} = \boxed{-\dfrac{۱}{۲}}$

$x^۲-۴x+۳ \begin{cases} ۱ \\ ۳ \end{cases} \rightarrow \dfrac{g}{f} = \{(۲,-\frac{۱}{۴}),(۰,۴)\}$ ۹

الف) $f(۲x) = \{(\frac{۱}{۲},۲),(\frac{۳}{۲},-۱),(۲,۲),(-\frac{۱}{۲},۴)\}$

ب) $f(x^۲) = \{(\pm۱,۲),(\pm\sqrt{۳},-۱),(\pm۲,۲)\}$ ۱۰

ج) $۲g^۲(x)+۱ = \{(-۲,۱۹),(۱,۳),(۳,۹),(-۱,۱)\}$

د) $\dfrac{۲f}{g} = \{(۱,-۴),(۳,-۱)\}$