رادین مقیمی یازدهم A

۲۵

۱- الف)

$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x} - \frac{x}{x-1}} \Rightarrow \frac{x-1}{x} - \frac{x}{x-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2-2x+1-x^2}{x(x-1)} \geq 0 \Rightarrow \frac{2x-1}{x(x-1)} \leq 0$ ۲

$\Rightarrow D_f = (-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, 1)$ ✓

ب)

$f(x) = \frac{\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2}} = \frac{\frac{x-2x-2}{x(x+1)}}{\frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}} = \frac{\frac{-x-2}{x(x+1)}}{\frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2, -1, 0, 1, -\frac{5}{4}\}$ ✓

۲) الف)

$f(x) = \sqrt{((\frac{1}{2})^x - 4)(32 - 4^x)} \rightarrow ((\frac{1}{2})^x - 4)(32 - 4^x) \geq 0$ ۲

$\rightarrow D_f = (-\infty, -2] \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$ ✓

ب)

$\sqrt[4]{x-1} + \sqrt{y+1} = 3 \Rightarrow \sqrt{y+1} = 3 - \sqrt[4]{x-1}$

$\Rightarrow$ ① $x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$

② $3 - \sqrt[4]{x-1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt[4]{x-1} \leq 3 \Rightarrow x-1 \leq 81 \Rightarrow x \leq 82$ $\Rightarrow D_f = [1, 82]$ ✓

۳)

$f(x) = \frac{\log_4^{(x^2-x-2)}}{\sqrt{x^2-1}+1} \Rightarrow$

① $x^2-x-2 > 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) \Rightarrow (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

② $x^2-1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ ۲

③ $\sqrt{x^2-1}+1 \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2-1} \neq -1$ همیشه برقراره

$\cap \Rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ ✓

۴)

$-x^2 + ax + 3 > 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow -4 - 2a + 3 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ ۲

$-x^2 - \frac{1}{2}a + 3 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{2} \Rightarrow a + b = 1$ ✓

b

۵)

$g(x) = \sqrt{f(x) - x} \Rightarrow f(x) - x \geq 0$

$f(x) = \begin{cases} 3x-2, & x \geq 1 \\ 2x+3, & x < 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) - x \begin{cases} 2x-2, & x \geq 1 \\ x+3, & x < 1 \end{cases} \Rightarrow$

$2x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$, $x \geq 1$ $\overset{\cap}{\rightarrow} x \geq 1$ (I) ۲

$x < 1$, $x+3 \geq 0$, $\Rightarrow x \geq -3$ $\overset{\cap}{\rightarrow} -3 \leq x < 1$ (II)

$I \cup II \Rightarrow -3 \leq x \Rightarrow D_f = [-3, +\infty)$ ✓

۶) ۲f(۵) = f(-۲) + a ⇒ ۲×(۷a+۷) = ۲a - ۶ + a ⇒ ۱۴a + ۱۴ = ۶a - ۶

⇒ a = -۱,۸ ✓

---

۱۷) f(x) = √x + 1/√x + ۲ = √((√x + 1/√x)^۲) + ۲

(۲ + √۳)(۲ - √۳) = ۱ ⇒ f(۲+√۳) + f(۲-√۳) = ۲f(۲+√۳)

f(۲+√۳) = √(۲+√۳ + 1/(۲+√۳)) + ۲ = ۲ + √۹ ⇒ ۲f(۲+√۳) = ۶ + ۲√۹ ✓

---

۱۸) ۲f(x) - ۲f(-x) = ۶x^۲ - ۱ → ×۲ ⇒ ۶f(x) - ۶f(-x) = ۱۲x^۲ - ۲

۲f(x) - ۲f(x) = ۶x^۲ + x → ×۳ ⇒ ۶f(-x) - ۶f(x) = ۱۲x^۲ + ۳x

⇒ -۵f(x) = ۲۵x^۲ + ۵x

⇒ f(x) = -۶x^۲ - (۱/۵)x ✓

---

۱۹) (x+۲)f(x) - ۲xf(x+۲) = ۶x^۲ - ۳x + ۲x - ۱

۱) x = -۲ ⇒ ۹f(۰) = ۱۶ - ۲x + ۲x - ۱ = ۵x + ۱۵

۲) x = ۰ ⇒ ۲f(۰) = ۲x - ۱ ⇒ ۹f(۰) = ۹x - ۳

} ⇒ ۵x + ۱۵ = ۹x - ۳ ⇒ x = ۶,۵

⇒ ۹f(۰) = ۳۲,۵ + ۱۵ = ۳۷,۵ ⇒ f(۰) = ۴,۱۶ ✓

---

۲۰) x = -۱ ⇒ f(-۱) + f(-۱) = (۳ + ۱۲ + ۳)/(-۱)

⇒ ۲f(-۱) = -۱۸ ⇒ f(-۱) = -۹ ✓