نام و نام خانوادگی ...[illegible]... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۴... کلاس یازدهم دوشنبه [illegible]

**۱**

الف) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x}-\dfrac{x}{x-1}}=\sqrt{\dfrac{x^2-2x+1-x^2}{x(x-1)}} \to \frac{1}{2}$ ، $0$ ، $1$

$$\begin{array}{ccccccc} & 0 & & \frac{1}{2} & & 1 & \\ + & \oslash & - & \circ & + & \oslash & - \end{array}$$

$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $f(x)=\dfrac{\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{2}{x}}{\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{1}{x+2}}=\dfrac{(x+2)(x-1)(-x-2)}{(x+1)(x)(4x+5)}$ ، $-2$ ، $1$ ، $-2$ ، $-1$ ، $0$ ، $-\frac{5}{4}$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & -2^{*} & & -\frac{5}{4} & & -1 & & 0 & & 1 & \\ - & \oslash & - & \oslash & + & \oslash & - & \oslash & + & \oslash & - \end{array}$$

$D_f=(-\frac{5}{4},-1)\cup(0,1)$

**۲**

الف) $f(x)=\sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)}$ ، $-2$ ، $\frac{5}{2}$

$$\begin{array}{ccccc} & -2 & & \frac{5}{2} & \\ + & \bullet & - & \bullet & + \end{array}$$

$D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$

نامنفی + نامنفی = ۳

حداقل $=0 \to x=1$

حداکثر $=3 \to x=82$

$D_y=[1,82]$

**۳**

$f(x)=\dfrac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$

① $\to x^2-1\geq 0 \to (x-1)(x+1)\geq 0$

$\to x\in(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

② $\sqrt{x^2-1}+1\neq 0 \to$ همواره برقرار

③ $\to x^2-x-2>0 \to (x-2)(x+1)>0$

$$\begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & \circ & - & \circ & + \end{array}$$

$x\in(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

①②③ $\to D_f=(-\infty,-1]\cup(2,+\infty)$

**۴**

$D_f=[-2,b]$ $\qquad f(x)=\sqrt{3+ax-x^2}$

یعنی دو سر دامنه ریشه‌اند پس $\text{if } x=-2 \to f(x)=0$

$\to f(-2)=\sqrt{3-2a-4}=0 \to a=-\frac{1}{2}$

$\to$ ضرب ریشه‌ها $=\frac{c}{a}=\frac{3}{-1}=-3=-2\times b \to b=\frac{3}{2}$

$\to a+b=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=1$

**۵**

$f(x)=\begin{cases}3x-2 & ; x\geq 1\\ 2x+3 & ; x<1\end{cases} \longrightarrow g(x)=\begin{cases}\sqrt{3x-2} & ; x\geq 1\\ \sqrt{x+3} & ; x<1\end{cases}$

$\xrightarrow{①} 2x-2\geq 0 \to x\geq 1 \;,\; x\geq 1 \to \mathbb{R}$

$\xrightarrow{②} x+3\geq 0 \to x\geq -3 \;,\; x<1 \to x=[-3,1)$

$\xrightarrow{①\cup②} D_g=[-3,1)\cup[1,+\infty)=[-3,+\infty)$

| | |
|---|---|
| $f(x)=\begin{cases}(a+1)(x+2) & ; x>1\\ (3a+2x) & ; x\leq 1\end{cases}$ $\qquad 2f(5)=f(-2)+a$<br>$\longrightarrow 2f(5)=2\left((a+1)(7)\right)=14a+14$<br>$\longrightarrow f(-2)=3a-4$<br>$\overset{10a}{\cancel{14a}}+\cancel{14}=\overset{-18}{\cancel{3a}-\cancel{4}+\cancel{a}}$<br>$\longrightarrow 10a=-18 \longrightarrow a=-1.8=-\frac{9}{5}$ | ۶ |
| $f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2 \qquad f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3})$<br>$\sqrt{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+2+\sqrt{2-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}+2=\frac{2+\sqrt{3}+1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}+1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}+4$<br>می دانیم $2+\sqrt{3}$ و $2-\sqrt{3}$ معکوس هستند چون ضربشان در هم یک می شود. if $a=2+\sqrt{3}$.<br>$\longrightarrow \frac{a+1}{\sqrt{a}}+\frac{\frac{1}{a}+1}{\sqrt{\frac{1}{a}}}+4=\frac{2\sqrt{a}+2\sqrt{\frac{1}{a}}}{1}+4$<br>$\longrightarrow 2\sqrt{2+\sqrt{3}}+2\sqrt{2-\sqrt{3}}+4 \xrightarrow[\text{حساب می کنیم}]{\text{جمع } \sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}} \text{ را}}$ if $\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}=n$ | ۷ |
| $2f(x)-3f(-x)=4x^2-x \xrightarrow{\times 2} 4f(x)-\cancel{6f(-x)}=8x^2-2x$<br>$2f(-x)-3f(x)=4x^2+x \xrightarrow{\times 3} \cancel{6f(-x)}-9f(x)=12x^2+3x$<br>$\xrightarrow{\text{جمع}} -5f(x)=20x^2+x$<br>$\longrightarrow \boxed{f(x)=-4x^2-\frac{x}{5}}$ | ۸ |
| $(x+2)f(x)-3xf(x+2)=4x^2-mx+3m-1$<br>$2f(0)=3m-1 \longrightarrow f(0)=\frac{3m-1}{2}$<br>$6f(0)=16+2m+3m-1=16+5m-1 \longrightarrow f(0)=\frac{\overset{15}{\cancel{16}}+5m\cancel{-1}}{6}$<br>$\longrightarrow \frac{3m-1}{\cancel{2}}=\frac{15+5m}{\overset{3}{\cancel{6}}} \longrightarrow 9m-3=15+5m \longrightarrow 4m=18$<br>$\longrightarrow m=\frac{9}{2} \longrightarrow f(0)=\frac{3m-1}{2}=\frac{\frac{27}{2}-1}{2}=\frac{25}{4}=6.25$ | ۹ |
| $f(x)+f(\frac{1}{x})=\frac{3x^2-12x+3}{x}$ $\qquad$ می دانیم تابع $f(x)$ خطی است<br>$\longrightarrow f(x)=ax+b \longrightarrow f(x)+f(\frac{1}{x})=ax+b+\frac{a}{x}+b$<br>$\longrightarrow =\frac{ax^2+2bx+a}{\cancel{x}}=\frac{3x^2-12x+3}{\cancel{x}} \longrightarrow a=3,\ b=-6$<br>$\longrightarrow f(x)=3x-6 \longrightarrow f(-1)=-3-6=-9$ | ۱۰ |

۷ $n^2=2+\cancel{\sqrt{3}}+2-\cancel{\sqrt{3}}+2\sqrt{\cancel{4-3}}=6 \longrightarrow n=\sqrt{6}$

$\longrightarrow f(2+\sqrt{3})+f(2-\sqrt{3})=2(\sqrt{6})+4=4+2\sqrt{6}$