ماهان
صاحبقرانی

۱)

$$\frac{۱}{\sqrt{\cos^۲\alpha}} - \frac{۱}{\cot\alpha} = \frac{۱-\sin\alpha}{|\cos\alpha|}$$

$$\longrightarrow \frac{۱}{|\cos\alpha|} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{۱-\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \longrightarrow \cos\alpha \geq ۰$$

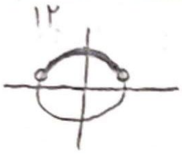
$$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\overset{|\sin\alpha|}{\cancel{\sqrt{۱-\cos^۲\alpha}}}} \longrightarrow \sin\alpha \geq ۰$$

$\boxed{\text{ناحیه اول}}$

---

۲)

$$-\frac{\pi}{۱۲} < x < \frac{۵\pi}{۱۲} \longrightarrow -\frac{\pi}{۶} < ۲x < \frac{۵\pi}{۶}$$



$$\frac{۱}{۲} < \sin ۲x \leq ۱ \longrightarrow \frac{۱}{۲} < \frac{m-۱}{۴} \leq ۱$$

$$\longrightarrow ۲ < m-۱ \leq ۴ \longrightarrow ۳ < m \leq ۵ \longrightarrow \boxed{m \in (۳, ۵]}$$

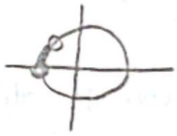
---

۳)

$$\tan x + \cot x = \frac{۱}{\sin x\cos x} = \frac{۲}{\sin ۲x} = -۳$$

$$\longrightarrow \sin ۲x = -\frac{۲}{۳}$$

$$\sin^۳ x + \cos^۳ x = (\sin x + \cos x)\left(۱ - \frac{\sin ۲x}{۲}\right)$$



$$\longrightarrow (\sin x + \cos x)^۲ = ۱ + \sin ۲x = ۱ - \frac{۲}{۳} = \frac{۱}{۳}$$

$$\longrightarrow \sin x + \cos x = \pm\sqrt{\frac{۱}{۳}} \xrightarrow{\frac{۳\pi}{۴} < x < \pi} = -\sqrt{\frac{۱}{۳}}$$

$$\longrightarrow \sin^۳ x + \cos^۳ x = \left(-\sqrt{\frac{۱}{۳}}\right)\left(\overset{\frac{۴}{۳}}{\cancel{۱ + \frac{\frac{۲}{۳}}{۲}\ \frac{۱}{۳}}}\right) = -\frac{۴}{۳}\sqrt{\frac{۱}{۳}}$$

$$\longrightarrow \frac{۱}{\sin^۳ x + \cos^۳ x} = -\frac{۳}{۴} \times \cancel{\frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۳}}}}\sqrt{۳} = \boxed{-\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}}$$

---

۴)

$$\cos\theta = ۰{,}۶ = \frac{AH}{۵} \longrightarrow AH = ۳ = BN$$

$$\longrightarrow AB = AH + BN + HN = ۳ + ۳ + ۲ = ۸$$

$$\longrightarrow S = \frac{(DC + AB)}{۲} \times \overset{\cancel{\text{ارتفاع}}}{DH} = \frac{۸+۲}{۲} \times AD\sin\theta$$

$$\longrightarrow = ۵ \times \overset{۴}{\cancel{۵ \times ۰{,}۸}} = \boxed{۲۰}$$

---

۵)

$$\tan(۲۸۵^\circ)\tan(-۱۶۵^\circ) - \sin(۱۰۹۵^\circ)\cos(۲۵۵^\circ)$$

$$\longrightarrow = (-\cot(۱۵^\circ))(\tan(۱۵^\circ)) \cancel{-(\sin(۱۵^\circ))(-\sin(۱۵^\circ))}$$

$$+ \sin^۲(۱۵^\circ)$$

$$= \sin^۲(۱۵^\circ) - ۱ = -\cos^۲(۱۵^\circ) = k\cos^۲(۱۵^\circ)$$

$$\longrightarrow \boxed{k = -۱}$$

$$A=\sqrt{۳}\cos(۲۱۰^\circ)\sin(۲۴۳^\circ)-\sqrt{۲}\sin(۱۳۵^\circ)\cos(۱۵۳^\circ)$$ (۶

$$\longrightarrow =\sqrt{۳}\times\left(-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)\times(-\cos ۲۷^\circ)-\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times(-\cos ۲۷^\circ)$$

$$\longrightarrow =\frac{۳}{۲}\cos ۲۷^\circ+\cos ۲۷^\circ=\frac{۵}{۲}\cos ۲۷^\circ\longrightarrow\boxed{\frac{۵}{۲}}$$

$$f(x)=۱۶\cos^۲(۳x)\cos^۲(۶x)\cos^۲(۱۲x)\cos^۲(۲۴x)$$ (۷

$$\longrightarrow f\left(\frac{\pi}{۳۶}\right)=۱۶\times\cos^۲\left(\frac{\pi}{۱۲}\right)\times\cos^۲\left(\frac{\pi}{۶}\right)\times\cos^۲\left(\frac{\pi}{۳}\right)\times\cos^۲\left(\frac{۲\pi}{۳}\right)$$

$$\xrightarrow{\cos^۲\frac{\pi}{۱۲}=\frac{\cos\frac{\pi}{۶}+۱}{۲}} =\cancel{۱۶}\times\underset{(\sqrt{۳}+۲)}{\left(\frac{\cancel{\frac{\sqrt{۳}+۲}{۴}}}{۲}\right)}\left(\frac{۳}{\cancel{۴}}\right)\left(\frac{۱}{\cancel{۴}}\right)\left(\frac{۱}{\cancel{۴}}\right)$$

$$\longrightarrow =\boxed{۳\sqrt{۳}+۶}$$

$$\pi<x<\frac{۳\pi}{۲}\qquad \frac{۱-\sin x}{۱+\sin x}=۴\longrightarrow ۴+۴\sin x=۱-\sin x$$ (۸

$$*\ \tan x=\frac{۲\tan\frac{x}{۲}}{۱-\tan^۲\frac{x}{۲}}$$

$$\longrightarrow ۵\sin x=-۳\longrightarrow \sin x=-\frac{۳}{۵}\xrightarrow{\text{ناحیه سوم}}\cos x=-\frac{۴}{۵}$$

$$\longrightarrow \tan x=\frac{۳}{۴}=\frac{۲\tan\frac{x}{۲}}{۱-\tan^۲\frac{x}{۲}}\xrightarrow{\tan\frac{x}{۲}=t}۳-۳t^۲=۸t$$

$$\longrightarrow ۳t^۲+۸t-۳=۰\longrightarrow t=\frac{-۸\pm\overset{۱۰}{\cancel{\sqrt{۶۴+۳۶}}}}{۶}\begin{cases}t=\frac{۱}{۳}\\ t=-۳\end{cases}$$

$$\xrightarrow[\tan\frac{x}{۲}<۰]{\frac{\pi}{۲}<\frac{x}{۲}<\frac{۳\pi}{۴}}\tan\frac{x}{۲}=\boxed{-۳}$$

$$\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}+\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta}\xrightarrow{\text{این دو برابرند}}=\frac{۲\sin\theta}{۱-\cos\theta}$$ (۹

$$\cot\frac{\theta}{۲}=\frac{\cos\frac{\theta}{۲}}{\sin\frac{\theta}{۲}}\xrightarrow[\text{ضرب در }\cos\frac{\theta}{۲}]{\text{صورت و مخرج}}\frac{\cos^۲\frac{\theta}{۲}}{\sin\frac{\theta}{۲}\cos\frac{\theta}{۲}}=\frac{\left(\frac{\cos\theta+۱}{\cancel{۲}}\right)}{\frac{\sin\theta}{\cancel{۲}}}=\frac{\cos\theta+۱}{\sin\theta}=\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}$$

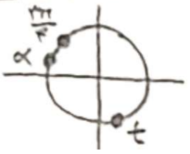
$$\longrightarrow\boxed{k=۲}$$

$$\sin\alpha=\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}\xrightarrow{\text{ناحیه ۲}}\cos\alpha=-\frac{\sqrt{۹۸}}{۱۰}\longrightarrow\sin ۲\alpha=۲\times\frac{-\sqrt{۱۹۶}}{۱۰۰}=-۰٫۲۸$$ (۱۰

$$\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha=\frac{۳\pi}{۴}+\alpha=t\longrightarrow ۲t=\frac{۳\pi}{۲}+۲\alpha\longrightarrow\cos ۲t=\sin ۲\alpha=-۰٫۲۸$$

$$\longrightarrow\cos ۲t=-۰٫۲۸=\cos^۲t-\sin^۲t=۲\cos^۲t-۱\longrightarrow\cos^۲t=۰٫۳۶$$

$$\longrightarrow\cos t=\pm ۰٫۶$$



$$\cos t=\boxed{۰٫۶}$$