نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲.۳ کلاس .....

۱۸

۱) $\log_{mn}^{m^2n} \xrightarrow{\text{تغییر پایه}} \frac{\log_n^{m^2n}}{\log_n^{mn}} = \frac{\log_n^{m^2}+\log_n^n}{\log_n^m+\log_n^n} = \frac{2\log_n^m+1}{\log_n^n+1} = \frac{2a+1}{a+1} = b$

$[b] = \left[\frac{2a+1}{a+1}\right] = \left[\frac{a+1}{a+1}+\frac{a}{a+1}\right] = \left[1+\frac{a}{a+1}\right] = 1$ ✓

۲) الف) $\frac{n}{\log_{\frac{1}{2}}^n} \geq 0 \rightarrow \frac{n}{-\log_2^n} \geq 0$

$n>0 \rightarrow -\log_2^n > 0 \rightarrow \log_2^n < 0$

$n<1$ ✓ $D: (0,1)$ ✓

ب) $x^2-x-2>0 \quad (x-2)(x+1)>0$

$\rightarrow x>2$ یا $x<-1$

$x^2-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$ یا $x \leq -1$

$\sqrt{x^2-1} \neq -1$ ✓

$D_f: (-\infty,-1) \cup (2,+\infty)$ ✓

۳) $2\log_n^a + \log_a^{\sqrt{n}} = 2 \rightarrow \log_{\sqrt{n}}^a + \log_a^{\sqrt{n}} \xrightarrow{\sqrt{n}=3} \frac{1}{\log_a^3} + \log_a^3 \xrightarrow{\log_a^3 = t}$

$\frac{1}{t} + t = 2 \rightarrow t^2-2t+1=0 \rightarrow (t-1)^2=0 \rightarrow t=1$

$\log_a^3 = 1 \rightarrow a=3$ ✓

۴) $\log^{\frac{5}{2}} = \log^{\frac{10}{4}} - \log^3 = \log^{10} - \log^4 - \log^3 = 1 - 0,3 - 0,4 = 0,3$

$\log^9 = \log^3 + \log^3 = 0,6$ ، $\log 15 = \log^3 + \log^5 = \log 10 - \log 2 + \log 3 = 1,1$

$0,3m^2 + 0,6m - 1,1 = 0 \xrightarrow{\times 10} 3m^2+6m-11=0 \rightarrow m^2+2m-33=0 \rightarrow (m+11)(m-3)=0$

$m = -\frac{11}{3}$ | $m = \frac{3}{3} = 1$ ✓

اختلاف $= 1-\left(-\frac{11}{3}\right) = \frac{14}{3}$ ✓ یا $-\frac{11}{3}-1 = -\frac{14}{3}$ ✗ اختلاف همیشه مثبت

۵) $\log_{14}^{10} = \frac{\log_2^{10}}{\log_2^{14}} = \frac{\log_2^5+\log_2^2}{\log_2^7+\log_2^2} = \frac{2+1}{2,8+1} = \frac{3}{3,8} = \frac{30}{38} = \frac{15}{19}$ ✓

$\log_2^5 = \frac{1}{\log_5^2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

$\log_{۳}^{۵} \times \log_{۲}^{۳} = \log_{۲}^{۵} = ۱٫۶ \times ۱٫۵ = ۲٫۴$ (۲)

$\log_{۱۵}^{۶} = \log_{۱۵}^{۲} + \log_{۱۵}^{۳} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۵\times۳}} + \frac{۱}{\log_{۳}^{۵\times۳}} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۵}+\log_{۲}^{۳}} + \frac{۱}{\log_{۳}^{۵}+\log_{۳}^{۳}} =$ ۶

$\frac{۱}{۲٫۴+۱٫۶} + \frac{۱}{۱+۱٫۵} = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲٫۵} = \frac{۲٫۵+۴}{۱۰} = \frac{۶٫۵}{۱۰} = \boxed{۰٫۶۵}$ ✓

$\log_{۸}^{۱۸} = m \rightarrow \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{۱۸} = m \rightarrow \log_{۲}^{۹} + \log_{۲}^{۲} = ۳m \rightarrow ۲\log_{۲}^{۳} + ۱ = ۳m$

$\log_{۲}^{۳} = \frac{۳m-۱}{۲}$; $\log_{۴}^{۱۲} = \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۱۲} = \frac{۱}{۲}(\log_{۲}^{۴} + \log_{۲}^{۳}) = ۱ + \frac{۳m-۱}{۴} = \frac{۳m+۳}{۴}$ ✓ (۲) ۷

$\frac{۳}{۴}(m+۱)$

$\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲n-۱} = \left(\frac{۱۲۵}{۸}\right)^{n^۲} \rightarrow \left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲n-۱} = \left(\frac{۲}{۵}\right)^{-۳n^۲} \longrightarrow ۲n-۱ = -۳n^۲ \rightarrow ۳n^۲+۲n-۱ \longrightarrow$ (۲)

$n = -۱$ ✗ $\boxed{n = \frac{۱}{۳}}$ ✓ $\log_{۸}^{۴} = \frac{۲}{۳}$ ✓ ۸

$\underline{۲^a = ۳}$ $(۲^۳)^{\frac{۲}{۳}(۱+a)} = ۲^{۲+۲a} = b \rightarrow ۲^۲ \times (۲^a)^۲ = b \rightarrow b = ۴\times۹ = ۳۶$ (۲)

$\log_{۱۰}^{(۳\times۳۶-۸)} = \log_{۱۰}^{۱۰۰} = ۲$ ✓ ۹

$a = \frac{b+c}{۲} \rightarrow b = ۲a-c$ ۵

$\frac{۱}{x_۱+x_۲} = \frac{۱}{S} = \frac{۴a}{b} = \frac{^{۲}\not{۴}a}{۲a-c} = \log ۴ = \not{۲}\log ۲ \rightarrow \frac{۲a}{۲a-c} = \log ۲$ ۱۰

معکوس $\rightarrow$ $\frac{۲a-c}{۲a} = \log_{۲}^{۱۰} \rightarrow ۱ - \log_{۲}^{۱۰} = \frac{c}{۲a} \rightarrow ۲ - \log_{۲}^{۱۰۰} = \frac{c}{a}$

$(۲^{-\frac{۱}{۸}})^{\frac{c}{a}} = (۲^{\frac{c}{a}})^{-\frac{۱}{۸}} = (۲^{۲-\log_{۲}^{۱۰۰}})^{-\frac{۱}{۸}} = \left(\frac{۴}{۱۰۰}\right)^{-\frac{۱}{۸}} = ۵^{\frac{۱}{۴}} = \boxed{\sqrt[۴]{۵}}$