طاها محمدیان عطار - یازدهم پسره A - تکلیف ۲۳

-۱

$\log_{n}^{m} = a \Rightarrow m = n^{a}$

$\log_{mn}^{m^{۲}n} = b$

$\log_{n^{a+۱}}^{n^{۲a+۱}} = b \Rightarrow \frac{۲a+۱}{a+۱}\cancel{\log_{n}^{n}} = b = \frac{۲a+۱}{a+۱}$

$\frac{a+۱}{a+۱} < \frac{۲a+۱}{a+۱} < \frac{۲a+۲}{a+۱} \Rightarrow ۱ < \frac{۲a+۱}{a+۱} < ۲$

$\frac{۲a+۱}{a+۱} = b \Rightarrow [b] = ۱$

-۲

الف) $y = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{۱}{۲}}^{x}}} \longrightarrow \log_{\frac{۱}{۲}}^{x} \neq ۰ \Rightarrow x \neq ۱$

		۰		۱	
x	−	۰	+		+
$\log_{\frac{۱}{۲}}^{x}$	×	تن	+	۰	−
$\frac{x}{\log_{\frac{۱}{۲}}^{x}}$	×	تن	+	۰	−

$(۰, ۱] = D_f$

ب) $y = \frac{\log_{٤}^{x^{۲}-x-۲}}{\sqrt{x^{۲}-۱}+۱} \longrightarrow x^{۲}-x-۲ > ۰ \Rightarrow (x-۲)(x+۱) > ۰ \Rightarrow x>۲ \quad x<-۱$

$x^{۲}-۱ \geqslant ۰ \Rightarrow x^{۲} \geqslant ۱ \Rightarrow x \geqslant ۱ \,,\; x \leqslant -۱$

$\sqrt{x^{۲}-۱}+۱ \neq ۰$ ✓

$D_f = (-\infty, -۱) \cup (۲, +\infty)$

-۳

$۲\log_{x}^{a} + \log_{a}^{\sqrt{x}} = ۲ \xrightarrow{x=۹} ۲\log_{۹}^{a} + \log_{a}^{۳} = ۲\times\frac{۱}{۲}\underbrace{\log_{۳}^{a}}_{t} + \log_{a}^{۳} = ۲$

$t + \frac{۱}{t} = ۲ \longrightarrow t^{۲}-۲t+۱ = ۰ \Rightarrow (t-۱)^{۲} = ۰ \Rightarrow t = ۱ \Rightarrow a = ۳$

-٤

$(\log^{\frac{۵}{۳}})x^{۲} + (\log^{۹})x - \log^{۱۵} = ۰ \qquad \log^{\frac{۵}{۳}} + \log^{۹} - \log^{۱۵} = \log^{\frac{\cancel{۵}}{\cancel{۳}}\times\frac{\overset{۳}{\cancel{۹}}}{\underset{۳}{\cancel{۱۵}}}} = ۰$

$\hookleftarrow$ مجموع ضرایب درجه۲

$x_{۱} = ۱$

$x_{۲} = \frac{c}{a} = \frac{-\log^{۱۵}}{\log^{۵/۳}} = -\frac{\log^{۵}+\log^{۳}}{\log^{۵}-\log^{۳}} \qquad |x_{۱}-x_{۲}| = |۱+\frac{۱۱}{۳}| = |۱+\frac{۱۱}{۳}| = \frac{۱٤}{۳}$

$\frac{۰/۷ + ۰/۴}{۰/۷ - ۰/۴} = -\frac{۱۱/۱۰}{۳/۱۰} = \frac{-۱۱}{۳}$

-۵

$\log_{۲}^{۷} = ۲/۸$

$\log_{۵}^{۲} = ۰/۵ \Rightarrow \log_{۲}^{۵} = ۲ \longrightarrow \log_{۲}^{۵} = \frac{۱}{\log_{۵}^{۲} = \frac{۱}{۲}} = ۲$

$\log_{۱۵}^{۶} = \frac{\log_{۳}^{۶}}{\log_{۳}^{۱۵}} = \frac{۱+\log_{۳}^{۲}}{۱+\log_{۲}^{۵}} = \frac{۱+\frac{۵}{۸}}{۱+\frac{۳}{۲}} = \frac{۱۳}{۲۰}$

-۶

$\log_{۳}^{۵} = ۱/۵$

$\log_{۲}^{۳} = ۱/۶ \Rightarrow \log_{۳}^{۲} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۳}} = \frac{۱}{۱/۶} = \frac{۵}{۸}$

$\log_{۱۵}^{۶} = \frac{\log_{۳}^{۶}}{\log_{۳}^{۱۵}} = \frac{۱+\log_{۳}^{۲}}{۱+\log_{۳}^{۵}} = \frac{۱+\frac{۵}{۸}}{۱+۳/۲} = \frac{۱۳}{۲۰}$

-۷

$\log_{۸}^{۱۸} = m$

$\log_{۸}^{۱۸} = \frac{\log_{۲}^{۱۸}}{\log_{۲}^{۸}} = \frac{۱+۲\log_{۲}^{۳}}{۳}$

$\frac{۲\log_{۲}^{۳}+۱}{۳} = m \Rightarrow \log_{۲}^{۳} = \frac{۳m-۱}{۲}$

$\log_{۴}^{۱۲} = \frac{\log_{۲}^{۱۲}}{\log_{۲}^{۴}} = \frac{۲+\log_{۲}^{۳}}{۲} \rightarrow \frac{۲+\frac{۳m-۱}{۲}}{۲} \xrightarrow{\times ۲/۲} \frac{۴+۳m-۱}{۴} = \frac{۳m+۳}{۴}$

-۸

$(۰/۴)^{۲x-۱} = (\frac{۱۲۵}{۸})^{x^{۲}} \Rightarrow (\frac{۴}{۱۰})^{۲x-۱} = (\frac{۵}{۲})^{۳x^{۲}} \Rightarrow (\frac{۲}{۵})^{۲x-۱} = (\frac{۵}{۲})^{۳x^{۲}}$

$-۲x+۱ = ۳x^{۲} \Rightarrow ۳x^{۲}+۲x-۱ = ۰ <$
$x = -۱$ ✗
$x = \frac{-c}{a} = \frac{۱}{۳}$ ✓

$\log_{۸}^{(۹x+۱)} = \log_{۸}^{۴} = \log_{۲^{۳}}^{۲^{۲}} = \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۲} = \frac{۲}{۳}$

-۹

$\log_{۲}^{۳} = a$

$\log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(a+۱)$

$\log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+\log_{۲}^{۳}) = \frac{۲}{۳}(\log_{۲}^{۳}+\log_{۲}^{۲})$

$\frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۶} = \log_{۸}^{۳۶} \Rightarrow \log_{۸}^{b} = \log_{۸}^{۳۶} \Rightarrow b = ۳۶$

$\log^{(۳b-۸)} = \log^{(۱۰۰)} = ۲$

-۱۰

$\frac{۱}{\alpha+\beta} = \frac{۱}{S} = \log^{۴} \rightarrow S = \log_{۴}^{۱۰}$

$S = \frac{b}{۴a}$

$\longrightarrow \frac{b}{۴a} = \log_{۴}^{۱۰} \Rightarrow \frac{۴a}{b} = \log^{۴} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{۱}{۴}\log^{۴}$

$b+c = ۲a \Rightarrow c = ۲a-b \qquad \frac{a}{b} = \frac{۱}{۲}\log^{۲} \Rightarrow a = (\frac{۱}{۲}\log^{۲})b$

$c = \log^{۲}b - b = b(\log^{۲}-۱) = -b(۱-\log^{۲}) = -b(\log^{۱۰}-\log^{۲})$

$= (-\log^{۵})b \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{-\log^{۵}\cancel{b}\times ۲}{\cancel{۱/۲}\log^{۲}\cancel{b}} = -۲\log_{۲}^{۵} \Rightarrow (\frac{۱}{۸\sqrt{۲}})^{\frac{c}{a}} = (۲^{\frac{۱}{۴}})^{\log_{۲}^{۵}}$

$۵^{\log_{۲}^{۲^{\frac{۱}{۴}}}} = ۵^{\frac{۱}{۴}} = \sqrt[۴]{۵}$