نام و نام خانوادگی ...علی جلالیان... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۳... کلاس ...یازدهم [illegible]...

۱

$$\log_n m = a \to m = n^a \Rightarrow \log_{mn} m^2 n = b \Rightarrow \log_{n^{a+1}} n^{2a+1} = b$$

$$\Rightarrow b = \frac{2a+1}{a+1} \Rightarrow [b] = \left[1 + \frac{a}{a+1}\right] = 1$$

۲

الف)

$$y = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}} \quad \begin{cases} x > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} x > 0 \to x < 1 \end{cases} \Rightarrow D = (0, 1)$$

ب)

$$y = \frac{\log_4 (x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2-1} + 1} \quad \begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \to \begin{array}{ccc} & -1 & 2 \\ + & - & + \end{array} \quad \mathrm{I} \\ x^2 - 1 \geq 0 \to (x-1)(x+1) \geq 0 \to \begin{array}{ccc} & -1 & 1 \\ + & - & + \end{array} \quad \mathrm{II} \\ \sqrt{x^2-1} \neq -1 \checkmark \end{cases} \Longrightarrow \mathrm{I} \cap \mathrm{II} = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

۳

$$2\log_9 a + \log_a 3 = 2 \Rightarrow 2\log_{3^2} a + \log_a 3 = 2 \Rightarrow \log_3 a + \log_a 3 = 2$$

$$\Rightarrow \log_3 a = \log_a 3 = 1 \Rightarrow a = 3$$

۴

$$\left(\log\frac{5}{2}\right)x^2 + (2\log 2)x - \log 15 = (\underbrace{\log 10 - \log 2 - \log 2}_{0/3})x^2 + (\underbrace{2\log 2}_{0/8})x - (\underbrace{\log 10 - \log 2 + \log 3}_{1/1})$$

$\log\frac{5}{2} \leftarrow \log 5 - \log 2$ ، $\log 15 \leftarrow \log 5 + \log 3$

$$= \frac{3}{10}x^2 + \frac{8}{10}x - \frac{11}{10} \qquad \text{اختلاف ریشه} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} =$$

$$\frac{\sqrt{\frac{64}{100} - 4\left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{11}{10}\right)}}{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{\frac{196}{100}}}{\frac{3}{10}} = \frac{14}{3}$$

۵

$$\begin{cases} \log_2 7 = 2/8 \\ \log_2 5 = 2 \end{cases}$$

$$\log_{14} 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 14} = \frac{\log_2 5 + \log_2 2}{\log_2 7 + \log_2 2} = \frac{2+1}{2/8+1} = \frac{3}{3/8} = \frac{15}{19} = \boxed{\frac{15}{19}}$$

$\begin{cases}\log_{۳} ۲ = \frac{۱۰}{۱۶} = \frac{۵}{۸} \\ \log_{۳} ۵ = \frac{۱۵}{۱۰}\end{cases}$ $\log_{۱۵} ۶ = \frac{\log_{۳} ۶}{\log_{۳} ۱۵} = \frac{\log_{۳} ۳ + \log_{۳} ۲}{\log_{۳} ۵ + \log_{۳} ۳} = \frac{۱+\frac{۵}{۸}}{\frac{۱۵}{۱۰}+۱}$ $= \frac{\frac{۱۳}{۸}}{\frac{۲۵}{۱۰}} = \frac{۱۳}{۲۰} = ۰٫۶۵$	۶
$\log_{۸} ۹ + \log_{۸} ۲ = m \rightarrow \frac{۲}{۳}\log_{۲} ۳ + \frac{۱}{۳} = m \rightarrow ۲\log_{۲} ۳ + ۱ = ۳m \rightarrow \log_{۲} ۳ = \frac{۳m-۱}{۲}$ $\Rightarrow \log_{۴} ۱۲ = \log_{۴} ۴ + \log_{۴} ۳ = ۱ + \frac{۱}{۲}\log_{۲} ۳ = ۱ + \frac{۳m-۱}{۴} = \frac{۴+۳m-۱}{۴} = \frac{۳m+۳}{۴}$ $= \frac{۳}{۴}(m+۱)$	۷
$\left(\frac{۴}{۱۰}\right)^{۲x-۱} = \left(\frac{۵}{۲}\right)^{۳x^۲} \longrightarrow \left(\frac{۱۰}{۴}\right)^{۱-۲x} = \left(\frac{۵}{۲}\right)^{۳x^۲} \longrightarrow ۳x^۲ + ۲x - ۱ = ۰$ $a+c=b \Rightarrow \begin{cases} x = -۱ \\ x = \frac{۱}{۳}\end{cases}$ $\log_{۸} (۹x+۱) \xrightarrow[x=\frac{۱}{۳}]{x \neq -۱} \log_{۸} ۴ = \log_{۲^۳} ۲^۲ = \frac{۲}{۳}$	۸
$\log_{۸} b = \frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳}\log_{۲} ۳ \rightarrow \log_{۸} b = \frac{۲}{۳} + \log_{۸} ۹ \rightarrow \log_{۸} \frac{b}{۹} = \frac{۲}{۳}$ $\rightarrow ۸^{\frac{۲}{۳}} = \frac{b}{۹} \rightarrow ۴ = \frac{b}{۹} \rightarrow b = ۳۶.$ $\Rightarrow \log(۳b-۸) = \log ۱۰۸-۸ = \log ۱۰۰ = ۲$	۹
$\log ۴ = \frac{۴a}{b} \rightarrow ۲\log ۲ = \frac{۴a}{b} \Rightarrow \frac{\log ۲}{۲} = \frac{a}{b}$ $۲a = b+c \xrightarrow{\div b} ۲\frac{a}{b} = ۱ + \frac{c}{b}$ $\Rightarrow \log ۲ - ۱ = \frac{c}{b}$ $\begin{cases}\frac{a}{b} = \frac{\log ۲}{۲} \\ \frac{c}{b} = \log ۲ - \log ۱۰\end{cases} \xrightarrow{\div} \frac{a}{c} = \frac{\log \sqrt{۲}}{\log \frac{۱}{۵}} = \log_{\frac{۱}{۵}} \sqrt{۲} \Rightarrow \frac{c}{a} = \log_{\sqrt{۲}} \frac{۱}{۵}$ $= \left(\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}\right)^{\frac{c}{a}} = ۲^{-\frac{c}{۸a}} = ۲^{-\frac{۱}{۸}\left(\log_{\sqrt{۲}} \frac{۱}{۵}\right)} = \left(\frac{۱}{۵}\right)^{-\frac{۱}{۸}\left(\log_{\sqrt{۲}} ۲\right)^۲} = \left(\frac{۱}{۵}\right)^{-\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۵}$	۱۰