شایان رومی‌زاده

14

۱ ②

$\log_{n}^{m} = a \rightarrow m = n^{a}$

$\log_{mn}^{m^{۲}n} = \log_{n^{a+۱}}^{n^{۲a+۱}} = \frac{۲a+۱}{a+۱} \times \log_{n}^{n} = \frac{۲a+۱}{a+۱} = b$

$b = \frac{۲a+۱}{a+۱} \rightarrow [b] = \left[\frac{a}{a+۱} + ۱\right] = ۱ + \left[\frac{a}{a+۱}\right] \xrightarrow{a>۰} \boxed{[b] = ۱}$ ✓

---

۲ ①

$\frac{x}{\log_{\frac{۱}{۲}}^{x}} \geq ۰ \;,\; \log_{\frac{۱}{۲}}^{x} \neq ۰$ ، $x > ۰ \Rightarrow \log_{\frac{۱}{۲}}^{x} > ۰ \rightarrow x > \frac{۱}{۲}^{۰} \rightarrow \boxed{\cancel{x > ۱}}$ ③ $x < ۱$ ③

$\Rightarrow \frac{۱}{۲}^{۰} \neq x \rightarrow \boxed{x \neq ۱}$ ①

$\boxed{x > ۰}$ ②

مبنا بین صفر و یک ← جهت نامعادله رو عوض میکنه!

$① \cap ② \cap ③ \Rightarrow \boxed{D = \cancel{(۱, +\infty)}}$ $(۰, ۱)$

- - - - - - - - - - - - - - -

$x^{۲} - x - ۲ \geq ۰ \rightarrow (x+۱)(x-۲) \geq ۰ \rightarrow \underset{}{\overset{-۱ \quad ۲}{+ \; - \; +}} \rightarrow -\infty < x < -۱$ یا $۲ < x < +\infty \;\; \boxed{(-\infty, -۱] \cup [۲, +\infty)}$ ②

$\sqrt{x^{۲} - ۱} + ۱ \neq ۰$ همواره برقرار ، $\sqrt{x^{۲}-۱} \geq ۰ \rightarrow x^{۲} - ۱ \geq ۰ \rightarrow x^{۲} \geq ۱ \rightarrow \boxed{\cancel{-۱ \leq x \leq ۱}}$ ① $\begin{cases} x \geq ۱ \\ x \leq -۱ \end{cases}$

$① \cap ② \rightarrow \boxed{\cancel{D = \varnothing}}$

$(-\infty, -۱) \cup (۲, +\infty)$

---

۳ ②

$۲\log_{x}^{a} + \log_{a}^{\sqrt{x}} = ۲ \;,\; x = ۹ \Rightarrow ۲\log_{۹}^{a} + \log_{a}^{۳} = ۲ \rightarrow \frac{۲}{۲}\log_{۳}^{a} + \log_{a}^{۳} = ۲$

$\log_{۳}^{a} = ۲ - \log_{a}^{۳} \rightarrow \log_{۳}^{a} + \log_{a}^{۳} = ۲ \Rightarrow \frac{\log_{۳}^{a}}{\log_{۳}^{۳}} + \frac{\log_{۳}^{۳}}{\log_{۳}^{a}} = \frac{\log_{۳}^{a}}{۱} + \frac{۱}{\log_{۳}^{a}} = ۲ \;,\; \log_{۳}^{a} = t$

$\Rightarrow t + \frac{۱}{t} = ۲ \rightarrow t^{۲} - ۲t + ۱ = ۰ \left\langle \begin{matrix} t = ۱ \\ (t-۱)^{۲} = ۰ \end{matrix} \right. \Rightarrow \log_{۳}^{a} = ۱ \Rightarrow \boxed{a = ۳}$ ✓

---

۴ ②

$= \Big(\overset{۱}{\log^{۱۰}} - \overset{(\log^{۲} + \log^{۳})}{\log^{۶}}\Big) x^{۲} + \left(۲\log^{۳}\right) x - \underbrace{\left(\log^{۳} + \log^{۵}\right)}_{\log^{۱۵} = \log^{۳} + \log^{۵}} = ۰ \rightarrow (۱ - ۰٫۳ - ۰٫۴)x^{۲} + ۲ \times (۰٫۴)x - ۰٫۴ - \log^{۵}$

$\log^{\frac{۵}{۳}} = \log^{\frac{۱۰}{۶}} = \log^{۱۰} - \log^{۶}$

$\log^{۵} = \log^{\frac{۱۰}{۲}} = \log^{۱۰} - \log^{۲} = ۱ - ۰٫۳ = ۰٫۷$

$\rightarrow ۰٫۳x^{۲} + ۰٫۸x - ۱٫۱ = ۰$

اختلاف ریشه‌ها $= \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{۰٫۶۴ + ۴٫۴ \times ۰٫۳}}{۰٫۳} = \frac{۱٫۴}{۰٫۳} = \boxed{\frac{۱۴}{۳}}$ ✓

---

۵ ②

$\log_{۱۴}^{۱۰} = \frac{\log_{۲}^{۱۰}}{\log_{۲}^{۱۴}} = \frac{\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۵}}{\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۷}} = \frac{۱ + ۲}{۱ + ۲٫۸} = \frac{۳}{۳٫۸} \simeq \boxed{۰٫۷۹}$ ✓

$\log_{۵}^{۲} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \log_{۲}^{۵} = ۲$

$$\log_{۱۵}^{۶} = \frac{\log_{۲}^{۶}}{\log_{۲}^{۱۵}} = \frac{\log_{۲}^{۲}+\log_{۲}^{۳}}{\log_{۲}^{۳}+\log_{۲}^{۵}} = \frac{۱+۱٫۶}{۱٫۶+\cancel{۱٫۵}} = \frac{۲٫۶}{۳٫۱} \simeq \boxed{\cancel{۰٫۸۴}}$$

$\lg_{۲}^{۵}$ رو نداریم!

① ۶

$$\lg_{۱۵}^{۶} = \frac{\lg_{۳}^{۶}}{\lg_{۳}^{۱۵}} = \frac{\lg_{۳}^{۲}+\lg_{۳}^{۳}}{\lg_{۳}^{۳}+\lg_{۳}^{۵}} = \frac{\frac{۵}{۸}+۱}{۱+۱٫۵} = \frac{\frac{۱۳}{۸}}{\frac{۵}{۲}} = \boxed{\frac{۱۳}{۲۰}}$$

$$\lg_{۳}^{۲} = \frac{۱}{\lg_{۲}^{۳}} = \frac{۵}{۸}$$

---

$$\log_{۲^{۳}}^{۱۸} = m \to \log_{۲}^{۱۸} = ۳m = \log_{۲}^{۹}+\log_{۲}^{۲} = ۲\log_{۲}^{۳}+۱ = ۳m \Rightarrow \log_{۲}^{۳} = \frac{۳m-۱}{۲}$$

$$\log_{۲^{۲}}^{۱۲} = \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۱۲} = \frac{۱}{۲}\left(\log_{۲}^{۲^{۲}}+\log_{۲}^{۳}\right) = \frac{۱}{۲}\left(۲+\log_{۲}^{۳}\right) = \frac{۱}{۲}\left(۲+\frac{۳m-۱}{۲}\right) = \boxed{\frac{۳m+۳}{۴}}$$ ✓

② ۷

---

$$(۰٫۴)^{۲x-۱} = \frac{۲^{۲x-۱}}{۵^{۲x-۱}} = \left(\frac{۵^{۳}}{۲^{۳}}\right)^{x^{۲}} = \frac{۵^{۳x^{۲}}}{۲^{۳x^{۲}}} \longrightarrow ۲^{۳x^{۲}+۲x-۱} = ۵^{۳x^{۲}+۲x-۱} \to ۳x^{۲}+۲x-۱=۰ \begin{cases} x=-۱ \\ x=\frac{۱}{۳} \end{cases}$$

$$\log_{۸}^{۹x+۱} = \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{۹x+۱} \begin{cases} x=\frac{۱}{۳} \to \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{۴} = \frac{۱}{۳}\times ۲ = \boxed{\frac{۲}{۳}} ✓ \\ x=-۱ \to \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{(-۸)} \text{ غ ق ق } ✗ \end{cases}$$

② ۸

---

$$\log_{۲^{۳}}^{b} = \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+a) \Rightarrow \log_{۲}^{b} = ۲(a+۱) \to b = ۴^{a}\times ۴ \xrightarrow[۲^{a}=۳]{a=\log_{۲}^{۳}} b = ۹\times ۴ = ۳۶$$

$$\Rightarrow \log_{۱۰}^{۳b-۸} = \log_{۱۰}^{۱۰۸-۸} = \log_{۱۰}^{۱۰۰} = \boxed{۲}$$ ✓

② ۹

---

۰

$$a = \frac{b+c}{۲} \to b = ۲a-c$$

$$\frac{۱}{x_{۱}+x_{۲}} = \frac{۱}{S} = \frac{۴a}{b} = \frac{\overset{۲}{\cancel{۴}}a}{۲a-c} = \lg ۴ = \cancel{۲}\lg ۲ \to \frac{۲a}{۲a-c} = \lg ۲$$ ۱۰

$$\xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{۲a-c}{۲a} = \lg_{۲}^{۱۰} \to ۱-\lg_{۲}^{۱۰} = \frac{c}{۲a} \to ۲-\lg_{۲}^{۱۰۰} = \frac{c}{a}$$

$$\left(۲^{-\frac{۱}{۸}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(۲^{\frac{c}{a}}\right)^{-\frac{۱}{۸}} = \left(۲^{۲-\lg_{۲}^{۱۰۰}}\right)^{-\frac{۱}{۸}} = \left(\frac{۴}{۱۰۰}\right)^{-\frac{۱}{۸}} = ۵^{\frac{۱}{۴}} = \boxed{\sqrt[۴]{۵}}$$