نام و نام خانوادگی ....ابوالفضل ابویعلی.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۳.. کلاس ....یازدهم....

۱

$$\underbrace{\log_n m = a}_{n^a = m} \qquad \underbrace{\log_{mn} m^2 n = b}_{m^b \cdot n^b = m^2 n}$$

$$m^b \cdot n^b = m^2 n \xrightarrow{m=n^a} n^{ab} \cdot n^b = n^{2a} \cdot n \rightarrow ab+b = 2a+1 \rightarrow b(a+1) = 2a+1$$

$$\Rightarrow b = \frac{2a+1}{a+1} = \frac{a}{a+1} + \frac{a+1}{a+1} = \frac{a}{a+1} + 1 \rightarrow [b] = \left[1 + \frac{a}{a+1}\right]$$

$$\Rightarrow [b] = 1 + \left[\frac{a}{a+1}\right] \xrightarrow{a>0} \left[\frac{a}{a+1}\right] = 0 \rightarrow [b] = 1$$

۲

الف) $$y = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}} \rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ \dfrac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{ccccc} & 0 & & 1 & \\ - & & + & & - \end{array} \Rightarrow D_f = (0, 1)$$

ب) $$\frac{\log_4 (x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \rightarrow \begin{cases} (x-2)(x+1) > 0 \rightarrow \begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & & - & & + \end{array} \\ x^2 \geq 1 \rightarrow \begin{array}{ccccc} & -1 & & 1 & \\ + & & - & & + \end{array} \end{cases} \Rightarrow D = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

۳

$$2\log_x a + \log_a \sqrt{x} = 2 \xrightarrow{x=9} 2\log_9 a + \log_a 3 = 2 \rightarrow \frac{2}{2}\log_3 a + \log_a 3 = 2$$

$$\xrightarrow{\log_a 3 = A} \frac{1}{A} + A = 2 \rightarrow 1 + A^2 - 2A = 0 \rightarrow (A-1)^2 = 0 \rightarrow A = 1$$

$$\Rightarrow \log_a 3 = 1 \rightarrow a = 3$$

۴

$\log 2 \simeq 0/3$

$\log 3 \simeq 0/4$

$$\xrightarrow[\Delta > 0]{\text{اختلاف ریشه}} \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(\log 9)^2 + 4\log\frac{5}{3}\log 15}}{\log\frac{5}{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{(2\log 3)^2 + 4(\log 10 - \log 2 - \log 3)(\log 3 + \log 10 - \log 2)}}{\log 5 - \log 3}$$

$\log 5 \rightarrow \log 10 - \log 2$

$$= \frac{\sqrt{(0/8)^2 + 4(0/3)(1/1)}}{1 - 0/3 - 0/4} = \frac{1/4}{0/3} = \frac{14}{3}$$

۵

$$\begin{cases} \log_2 7 = 2/8 \\ \log_5 2 = \frac{1}{2} \rightarrow \log_2 5 = 2 \end{cases} \longrightarrow \log_{14} 10 = \boxed{\frac{\log_2 5 + \log_2 2}{\log_2 2 + \log_2 7}} = \frac{\log \frac{10}{\cancel{2}}}{\log \frac{14}{\cancel{2}}}$$

$$\frac{2+1}{1+2/8} = \frac{3}{3/8} = \frac{30}{38} = \frac{15}{19} \simeq 0/789$$

$\log_{۳} ۵ = \frac{۳}{۲}$

$\log_{۲} ۳ = \frac{۱۶}{۱۰} = \frac{۸}{۵} \to \log_{۳} ۲ = \frac{۵}{۸}$

$\Big\} \to \log_{۱۵} ۶ = \frac{\log_{۳} ۶}{\log_{۳} ۱۵} = \frac{\log_{۳} ۲ + \log_{۳} ۳}{\log_{۳} ۵ + \log_{۳} ۳} = \frac{\frac{۵}{۸} + ۱}{\frac{۳}{۲} + ۱}$ ۶

$= \frac{\frac{۱۳}{۸}}{\frac{۵}{۲}} = \frac{۲۶}{۴۰} = \frac{۱۳}{۲۰} = ۰/۶۵$

$\log_{(۲^۳)} ۱۸ = \frac{۱}{۳} \log_{۲} ۱۸ = \frac{۱}{۳}\left(\log_{۲} ۹ + \log_{۲} ۲\right) = \frac{۱}{۳}\left(۲\log_{۲} ۳ + ۱\right) = \frac{۲}{۳}\log_{۲} ۳ + \frac{۱}{۳} = m$

$\to \boxed{\log_{۲} ۳ = \frac{۳m-۱}{۲}}$

$\log_{۲^۲} ۱۲ = \frac{۱}{۲}\log_{۲} ۱۲ = \frac{۱}{۲}\left(\log_{۲} ۴ + \log_{۲} ۳\right) = \frac{۲}{۲}\log_{۲} ۲ + \frac{۱}{۲}\log_{۲} ۳ = ۱ + \frac{۱}{۲}\log_{۲} ۳$

$\Longrightarrow ۱ + \frac{۱}{۲}\left(\frac{۳m-۱}{۲}\right) = ۱ + \frac{۳m-۱}{۴} = \frac{۳m-۱+۴}{۴} = \frac{۳m+۳}{۴} = \frac{۳}{۴}(m+۱)$

$\left(\frac{۴}{۱۰}\right)^{۲x-۱} = \left(\frac{۵}{۲}\right)^{۳x^۲} = \left(\frac{۱۰}{۴}\right)^{۳x^۲} \longrightarrow \left(\frac{۴}{۱۰}\right)\left(\frac{۱۰}{۴}\right) = ۱ \longrightarrow ۳x^۲ = -(۲x-۱) = ۱-۲x$

$\longrightarrow ۳x^۲ + ۲x - ۱ = ۰ \longrightarrow x^۲ + ۲x - ۳ = ۰ \longrightarrow (x+۳)(x-۱) \to \begin{cases} x_۱ = \frac{-۳}{۳} = -۱ \ \times \ \text{غ ق ق} \\ x_۲ = \frac{۱}{۳} \ \checkmark\checkmark \end{cases}$ ۸

$\log_{۸} ۹x+۱ \xrightarrow{x=\frac{۱}{۳}} \log_{۸} ۳+۱ = \log_{۸} ۴ = \frac{۲}{۳}\log_{۲} ۲ = \frac{۲}{۳}$

$\log_{۲} ۳ = a$

$\log_{۲} ۳$

$\log_{۲^۳} b = \frac{۲}{۳}(۱+a) \to \frac{۱}{۳}\log_{۲} b = \frac{۲}{۳}(۱+a) \to \log_{۲} b = ۲ + ۲a \to \log_{۲} b = ۲ + \log_{۲} ۹$ ۹

$\to \log_{۲} b = \log_{۲} ۴ + \log_{۲} ۹ \longrightarrow b = ۴ \times ۹ = ۳۶$

$\Longrightarrow \log_{۱۰} (۳\times۳۶ - ۸) = \log_{۱۰} ۱۰۰ = ۲$

$\frac{۱}{\alpha+\beta} = \log ۴ \to \frac{۱}{\frac{-b}{-۴a}} = ۲\log ۲ \to \frac{۴a}{b} = ۲\log ۲ \to \frac{۲a}{b} = \log ۲ \to \boxed{\frac{a}{b} = \frac{۱}{۲}\log ۲}$

$a = \frac{b+c}{۲} \to ۲a = b+c \xrightarrow{\div b} \frac{۲a}{b} = ۱ + \frac{c}{b} \Longrightarrow \boxed{\log ۲ = ۱ + \frac{c}{b}}$ ۱۰

$\frac{c}{a} = \frac{\frac{c}{b}}{\frac{a}{b}} = \frac{\log ۲ - ۱}{\frac{۱}{۲}\log ۲} \longrightarrow \frac{c}{a} = \frac{\log ۲ - \log ۱۰}{\log \sqrt{۲}} = \frac{\log_{۱۰} \frac{۱}{۵}}{\log_{۱۰} \sqrt{۲}} = \log_{\sqrt{۲}} \frac{۱}{۵}$

$\left(\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(۲^{-}\right)^{\log_{\sqrt{۲}} \frac{۱}{۵}}$

$= \left(\frac{۱}{۵}\right)^{\log_{۲^{\frac{۱}{۲}}} ۲^{-\frac{۱}{۸}}} = \left(\frac{۱}{۵}\right)^{\frac{-\frac{۱}{۸}}{\frac{۱}{۲}}} = \left(\frac{۱}{۵}\right)^{-\frac{۱}{۴}} = ۵^{\frac{۱}{۴}} = \sqrt[۴]{۵}$