نام و نام خانوادگی ......ابوالفضل ابوعلی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۳... کلاس ...یازدهم......

۲۰

۱ (۲)

$\log_n m = a$, $\log_{mn} m^2 n = b$

$n^a = m$, $m^b \cdot n^b = m^2 n \xrightarrow{m=n^a} n^{ab} \cdot n^b = n^{2a} \cdot n \to ab+b = 2a+1 \to b(a+1) = 2a+1$

$\Rightarrow b = \frac{2a+1}{a+1} = \frac{a}{a+1} + \frac{a+1}{a+1} = \frac{a}{a+1} + 1 \to [b] = [1 + \frac{a}{a+1}]$

$\Rightarrow [b] = 1 + [\frac{a}{a+1}] \xrightarrow{a>0} [\frac{a}{a+1}] = 0 \to [b] = 1$

۲ (۲)

الف) $y = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac12} x}} \to \begin{cases} x>0 \\ x \neq 1 \\ \frac{x}{\log_{\frac12} x} \geq 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{ccccc} & 0 & & 1 & \\ - & | & + & | & - \end{array} \Rightarrow D_f = (0,1)$

ب) $\log_4 \frac{(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \to \begin{cases} (x-2)(x+1) > 0 \to \begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & | & - & | & + \end{array} \\ x^2 \geq 1 \to \begin{array}{ccccc} & -1 & & 1 & \\ + & | & - & | & + \end{array} \end{cases} \Rightarrow D = (-\infty,-1) \cup (2,+\infty)$

۳ (۲)

$2\log_x a + \log_a \sqrt{x} = 2 \xrightarrow{x=9} 2\log_9 a + \log_a 3 = 2 \to \frac{2}{2}\log_3 a + \log_a 3 = 2$

$\xrightarrow{\log_a 3 = A} \frac{1}{A} + A = 2 \to 1 + A^2 - 2A = 0 \to (A-1)^2 = 0 \to A = 1$

$\Rightarrow \log_a 3 = 1 \to a = 3$

۴ (۲)

$\log 2 \simeq 0.3$

$\log 3 \simeq 0.4$

اختلاف ریشه $\Delta > 0 \to \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(\log 9)^2 + 4\log\frac53 \log 15}}{\log \frac53}$

$= \frac{\sqrt{(2\log 3)^2 + 4(\log 10 - \log 2 - \log 3)(\log 3 + \log 10 - \log 2)}}{\log 5 - \log 3}$, $\log 5 \to \log 10 - \log 2$

$= \frac{\sqrt{(0.8)^2 + 4(0.3)(1.1)}}{1 - 0.3 - 0.4} = \frac{1.4}{0.3} = \frac{14}{3}$

۵ (۲)

$\begin{cases} \log_2 7 = 2.8 \\ \log_5 2 = \frac12 \to \log_2 5 = 2 \end{cases} \longrightarrow \log_{14} 10 = \boxed{\frac{\log_2 5 + \log_2 2}{\log_2 2 + \log_2 7}} = \frac{\log_2 10}{\log_2 14}$

$\frac{2+1}{1+2.8} = \frac{3}{3.8} = \frac{30}{38} = \frac{15}{19} \simeq 0.789$

$$\log_{۳} ۵ = \frac{۳}{۲}$$

$$\log_{۲} ۳ = \frac{۱۶}{۱۰} = \frac{۸}{۵} \to \log_{۳} ۲ = \frac{۵}{۸}$$

$$\to \log_{۱۵} ۶ = \frac{\log_{۳} ۶}{\log_{۳} ۱۵} = \frac{\log_{۳} ۳ + \log_{۳} ۲}{\log_{۳} ۵ + \log_{۳} ۳} = \frac{\frac{۵}{۸}+۱}{\frac{۳}{۲}+۱}$$

$$= \frac{\frac{۱۳}{۸}}{\frac{۵}{۲}} = \frac{۲۶}{۴۰} = \frac{۱۳}{۲۰} = ۰/۶۵$$

۲ ۶

$$\log_{(۲^۳)} ۱۸ = \frac{۱}{۳} \log_{۲} ۱۸ = \frac{۱}{۳}\left(\log_{۲} ۹ + \log_{۲} ۲\right) = \frac{۱}{۳}\left(۲\log_{۲} ۳ + ۱\right) = \frac{۲}{۳}\log_{۲} ۳ + \frac{۱}{۳} = m$$

$$\to \boxed{\log_{۲} ۳ = \frac{۳m-۱}{۲}}$$

$$\log_{۲^۲} ۱۲ = \frac{۱}{۲}\log_{۲} ۱۲ = \frac{۱}{۲}\left(\log_{۲} ۴ + \log_{۲} ۳\right) = \frac{۲}{۲}\log_{۲} ۲ + \frac{۱}{۲}\log_{۲} ۳ = ۱ + \frac{۱}{۲}\log_{۲} ۳$$

$$\Longrightarrow ۱ + \frac{۱}{۲}\left(\frac{۳m-۱}{۲}\right) = ۱ + \frac{۳m-۱}{۴} = \frac{۳m-۱+۴}{۴} = \frac{۳m+۳}{۴} = \frac{۳}{۴}(m+۱)$$

۲

$$\left(\frac{۴}{۱۰}\right)^{۲x-۱} = \left(\frac{۵}{۲}\right)^{۳x^۲} = \left(\frac{۱۰}{۴}\right)^{۳x^۲} \to \left(\frac{۴}{۱۰}\right)\left(\frac{۱۰}{۴}\right) = ۱ \to ۳x^۲ = -(۲x-۱) = ۱-۲x$$

$$\to ۳x^۲ + ۲x - ۱ = ۰ \to x^۲ + ۲x - ۳ = ۰ \to (x+۳)(x-۱) \to \begin{cases} x_۱ = \frac{-۳}{۳} = -۱ \\ x_۲ = \frac{۱}{۳} \end{cases}$$

× غ ق ق ۸

$$\log_{۸} (۹x+۱) \xrightarrow{x=\frac{۱}{۳}} \log_{۸} (۳+۱) = \log_{۸} ۴ = \frac{۲}{۳}\log_{۲} ۲ = \frac{۲}{۳}$$

۲

$$\log_{۲} ۳ = a$$

$$\log_{۲^۳} b = \frac{۲}{۳}(۱+a) \to \frac{۱}{۳}\log_{۲} b = \frac{۲}{۳}(۱+a) \to \log_{۲} b = ۲ + ۲a \to \log_{۲} b = ۲ + \log_{۲} ۹$$

$$\to \log_{۲} b = \log_{۲} ۴ + \log_{۲} ۹ \to b = ۴ \times ۹ = ۳۶$$

$$\Longrightarrow \log_{۱۰} (۳ \times ۳۶ - ۸) = \log_{۱۰} ۱۰۰ = ۲$$

۲ ۹

$$\frac{۱}{\alpha+\beta} = \log ۴ \to \frac{۱}{\frac{-b}{-۴a}} = ۲\log ۲ \to \frac{۴a}{b} = ۲\log ۲ \to \frac{۲a}{b} = \log ۲ \to \boxed{\frac{a}{b} = \frac{۱}{۲}\log ۲}$$

$$a = \frac{b+c}{۲} \to ۲a = b + c \xrightarrow{\div b} \frac{۲a}{b} = ۱ + \frac{c}{b} \Longrightarrow \boxed{\log ۲ = ۱ + \frac{c}{b}}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{\frac{c}{b}}{\frac{a}{b}} = \frac{\log ۲ - ۱}{\frac{۱}{۲}\log ۲} \to \frac{c}{a} = \frac{\log ۲ - \log ۱۰}{\log \sqrt{۲}} = \frac{\log_{۱۰} \frac{۱}{۵}}{\log_{۱۰} \sqrt{۲}} = \log_{\sqrt{۲}} \frac{۱}{۵}$$

$$\left(\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(۲^{-}\right)^{\log_{\sqrt{۲}} \frac{۱}{۵}}$$

$$= \left(\frac{۱}{۵}\right)^{\log_{۲^{\frac{۱}{۲}}} ۲^{-\frac{۱}{۸}}} = \left(\frac{۱}{۵}\right)^{\frac{-\frac{۱}{۸}}{\frac{۱}{۲}}} = \left(\frac{۱}{۵}\right)^{-\frac{۱}{۴}} = ۵^{\frac{۱}{۴}} = \sqrt[۴]{۵}$$

۲ ۱۰