۱۸

نام و نام خانوادگی ......علی جلالی........ **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ..۱۹.. **کلاس** .....یازدهم ریاضی A........

---

۱ — ۰

$S = \beta + 2\beta = \frac{a}{3} \Rightarrow \beta = \frac{a}{9} \Rightarrow \beta^2 = \frac{a^2}{81}$

$P = \beta \cdot 2\beta = \frac{4}{3} \Rightarrow \beta^2 = \frac{2}{3}$

$\frac{a^2}{81} = \frac{2}{3} \Rightarrow a^2 = 54 \Rightarrow \boxed{\cancel{a = 3\sqrt{6}}}$

$(3+\sqrt{6}) - (3-\sqrt{6}) = \boxed{\cancel{2\sqrt{6}}}$

یکی از جملات ۳ برابر دیگری است نه ۲ برابر!!

---

۲ — ۲

$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = 5 \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}}\right)^2 = 25 \Rightarrow \frac{\alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} = 25 \Rightarrow \frac{S+\frac{1}{3}}{\frac{1}{36}} = 25$

$S = \frac{m+14}{36}$

$P = \frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{\alpha\beta} = \frac{1}{6}$

$\Rightarrow 36S + 12 = 25$

$36S = 13 \Rightarrow S = \frac{13}{36} = \frac{m+14}{36}$

$\Rightarrow \boxed{m = -1}$

$P' = \frac{2}{m} = \frac{2}{-1} = \boxed{-2}$ ✓

---

۳ — ۲

چون معادلهٔ درجه ۳ دو ریشهٔ حقیقی دارد پس حتما ریشهٔ دیگر هم حقیقی است. پس داریم:

$P(x) = 4(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) \Rightarrow -4\alpha\beta\gamma = -2 \Rightarrow \alpha\beta\gamma = \frac{1}{2}$

$\alpha\beta = -2$ $\Rightarrow \gamma = -\frac{1}{4}$

ضریب $x^2 = -4(\alpha+\beta+\gamma) = K \Rightarrow -4(1-\frac{1}{4}) = K \Rightarrow \boxed{K = -3}$ ✓

---

۴ — ۲

$2.5(\alpha^2+\beta^2) + 0.5(\alpha^2-\beta^2) = 2.5(S^2-2P) + 0.5S\left(\frac{-\sqrt{\Delta}}{|a|}\right) = 12\sqrt{2}+85$

$\Rightarrow 2.5(36-2a) + 0.5(-6)\left(\frac{-\sqrt{36-4a}}{1}\right) = \boxed{90 - 5a + 6\sqrt{9-a} = 12\sqrt{2}+85}$

$S = -6$

$P = a$

$|a| = 1$

$\Delta = 36 - 4a$

$\alpha < \beta$

$\Rightarrow \boxed{a = 11}$ ✓

---

۵ — ۲

$P(x) = x^4 - 7x^2 - 5 \Rightarrow P(x) = P(-x) \Rightarrow S = 0$

$x^2 = t$

$\Rightarrow t^2 - 7t - 5 = 0 \quad S = 7 > 0 \quad P = -5 < 0 \Rightarrow$ یک ریشهٔ مثبت $= \frac{7+\sqrt{69}}{2} = t$

$\Rightarrow x_1^2 = x_2^2 = \frac{7+\sqrt{69}}{2}$ $P(x)$ دو ریشهٔ حقیقی دارد

$2P^2 - 3SP + 2S = 2P^2 = 2(x_1 x_2)^2 = 2(x_1^2)(x_2^2) = 2\left(\frac{7+\sqrt{69}}{2}\right)^2 = 2\left(\frac{49+69+14\sqrt{69}}{4}\right)$

$= \frac{118+14\sqrt{69}}{2} = \boxed{59 + 7\sqrt{69}}$ ✓

۶ — ۲

$S=\frac{a}{۲} \Rightarrow S'=\frac{a}{۲}+۱$; $S'=\frac{-a}{۲}$ $\Big\} \Rightarrow \frac{a}{۲}+۱=\frac{-a}{۲} \Rightarrow \boxed{a=-۱}$ $\quad S=\frac{a}{۲}=\frac{-۱}{۲}$

$P'=(\alpha+\frac{۱}{۲})(\beta+\frac{۱}{۲})=\alpha\beta+\frac{۱}{۲}(\alpha+\beta)+\frac{۱}{۴}=P+\frac{S}{۲}+\frac{۱}{۴}=\frac{b}{۲}+\frac{-۱}{۴}+\frac{۱}{۴}=\frac{b}{۲}$

$P'=\frac{-۶}{۲a}=۳$

$\Rightarrow \frac{b}{۲}=۳ \Rightarrow \boxed{b=۶}$ $\quad \left[\frac{ab}{۴}\right]=\left[\frac{-۶}{۴}\right]=-۲$

۷ — ۲

$۴۰\beta^۲+۲۰\alpha^۲-۲۰\beta=۱۷ \Rightarrow ۲۰(\underbrace{\alpha^۲+\beta^۲}_{S^۲-۲P})+۲۰\beta(\beta-۱)=۱۷$

$S=۱ \Rightarrow \beta-۱=\beta-\beta-\alpha=-\alpha$ $\quad \Rightarrow ۲۰(۱-۲P)-۲۰P=۱۷$

$\Rightarrow ۱-۳P=\frac{۱۷}{۲۰} \Rightarrow P=\frac{۱}{۲۰}$; $P=\frac{-b}{a}$ $\Big\} \Rightarrow \frac{-b}{a}=\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow a=-۲۰b$

$|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{a^۲+۴ab}}{|a|}=\frac{\sqrt{۴۰۰b^۲-۸۰b^۲}}{۲۰b}=\frac{b\sqrt{۳۲۰}}{۲۰b}=\frac{۸\sqrt{۵}}{۲۰}=\boxed{\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$

۸ — ۲

$S=\beta+\beta+۲=a+۱$; $P=\beta(\beta+۲)=a$ $\Big\} \Rightarrow \underbrace{\beta^۲+۲\beta}_{a}+۱=۲\beta+۲ \Rightarrow \beta^۲=۱ \Rightarrow \beta=\pm۱$; $\beta\in N$ $\Big\} \Rightarrow \beta=۱,\ \beta+۲=۳$

$P=۳\times۱=\boxed{۳}=a$

$S'=\gamma+\gamma+۲=۳a+۱=۳\times۳+۱=۱۰ \Rightarrow \gamma=۴$ $\quad ۴\times۶=\boxed{۲۴}$

$۲۴-۳=۲۱$

۹ — ۲

$S^۲-۲P=۱+۲m^۲+۲=۳+۲m^۲$ $\quad \min\ ۳+۲m^۲=\boxed{۳}$

$S=-۱$

$P=-۱-m^۲$

$\Delta>۰$ همواره برقرار

۱۰ — ۲

$f(x)=ax^۲+bx+c=۰ \Rightarrow S^۲-۲P=۵$

$f(۳)=f(-۵) \Rightarrow S=۳+(-۵)=-۲$ $\quad$ طول رأس سهمی $=\frac{-۲}{۲}=-۱$ $\Big\} \Rightarrow ۴-۲P=۵ \Rightarrow P=\frac{-۱}{۲}$

رأس سهمی $=\left|\begin{matrix}\frac{-۲}{۲}=-۱\\ ۱\end{matrix}\right. \Rightarrow k(x+۱)^۲+۱=k(x^۲+۲x+۱)+۱=kx^۲+۲kx+k+۱$

$P=\frac{k+۱}{k}=\frac{-۱}{۲} \Rightarrow ۲k+۲=-k$

$۳k=-۲ \Rightarrow k=\frac{-۲}{۳}$

$f(۰)=k+۱=\frac{-۲}{۳}+۱=\boxed{\frac{۱}{۳}}$

۱)

$\alpha \ , \ \beta = ۳\alpha$

$P = ۳\alpha^{۲} = \frac{۴}{۳} \rightarrow \alpha = \mp \frac{۲}{۳}$

$S = ۴\alpha = \frac{a}{۳} \longrightarrow \begin{cases} a = ۸ \\ a = -۸ \end{cases} \longrightarrow$ اختلاف $= \boxed{۱۴}$