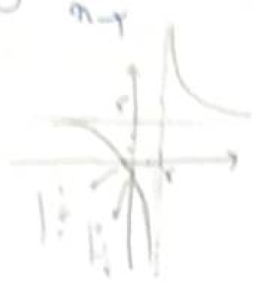
نام و نام خانوادگی ...علیرضا جوانبخت... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۱.. کلاس یازدهم تجربی A

۱	برای اینکه تابع یک به یک باشد باید $f(x)$ همیشه صعودی اکیدی باشد. پس: $f(x)=\begin{cases} x^3-4 & ; x>a \\ 12x-20 & ; x\le a \end{cases}$ $a^3-4 \geq 12a-20$ $a^3-12a+16 \geq 0$ $(a-2)^2(a+4) \geq 0$ $\begin{array}{ccc} & -4 & 2 \\ \hline - & + & + \end{array}$ $a \geq -4$ $a = [-4, +\infty)$
۲	$y=3x+k \Rightarrow 3y+k=x \Rightarrow 3y=x-k \Rightarrow y=\frac{x-k}{3} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x-k}{3}$ $f^{-1}(2)=\frac{2-k}{3}=4 \sim 2-k=12 \sim \boxed{k=-10} \sim f(x)=3x-10$ الف) $f(7)=3\times(7)-10=11$ ب) $f(f(x))=3(3x-10)-10=9x-30-10 \Rightarrow \boxed{9x-40}$
۳	$y=\frac{ax}{x-1} \sim x=\frac{ay}{y-1} \Rightarrow xy-x=ay \Rightarrow ay-xy=-x \Rightarrow y(a-x)=-x$ $y=\frac{-x}{a-x} \sim f^{-1}(x)=\frac{-x}{a-x}$ $f^{-1}(2a)=\frac{-2a}{a-2a}=a \sim \frac{-2\cancel{a}}{-\cancel{a}}=a$ $a=2$
۴	الف) fof^{-1} $\quad f^{-1}=\{(5,3)(7,4)(2,7)(6,9)\}$ $fof^{-1}=\{(5,5)(7,7)(2,2)(6,6)\}$ ب) $f^{-1}of$ $f^{-1}of=\{(3,3)(4,4)(7,7)(9,9)\}$ ج) fog^{-1} $\quad g^{-1}=\{(2,3)(9,8)(5,9)\}$ $fog^{-1}=\{(2,5)(5,6)\}$ د) $g^{-1}of$ $g^{-1}of=\{(3,2)(9,8)\}$
۵	$g^{-1}=\{(1,2)(3,4)(5,6)\}$ / $fog^{-1}=\{(1,2)(3,8)(5,0)\}$ $\frac{h}{fog^{-1}}=\{(1,\frac{1}{2})(3,\frac{1}{2})\cancel{(5,\frac{1}{0})}\}$

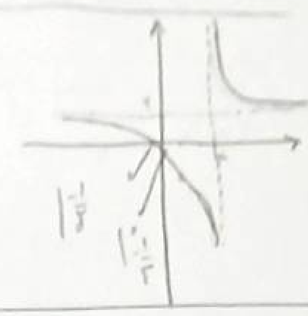
6

$$y=\frac{2x+1}{x-2} \rightarrow yx-2y=2x+1$$
$$2x-yx=-2y-1$$
$$x(2-y)=-2y-1$$
$$x=\frac{2y+1}{y-2}$$
$$y=\frac{2x+1}{x-2} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{2x+1}{x-2}$$



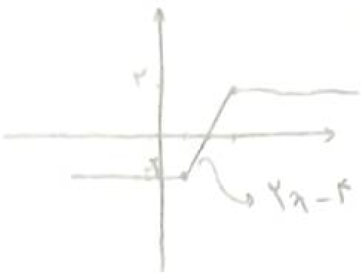
معکوس پذیری باشد ✓

$f^{-1}(x) \Longrightarrow$



7

$f(x)=|x-1|-|x-3|$ $\qquad [a,b] \Longrightarrow [1,3]$



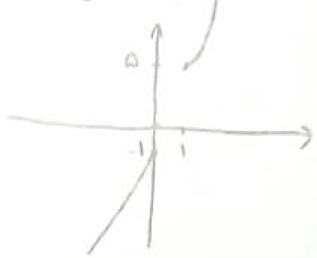
$$f(x)=2x-4 \Rightarrow y=2x-4 \Rightarrow x=2y-4$$
$$2y=x+4 \rightarrow y=\frac{x+4}{2} \rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x+4}{2}$$
$D_{f^{-1}}:[-2,2]$

$R_{f^{-1}}:[1,3]$

8

$$f(x)=\begin{cases} x^3+4 \ ; & x\geq 1 \\ 4x-1 \ ; & x\leq 0 \end{cases}$$

تابع یک به یک است پس وارون پذیری باشد.



$$x^3+4=y$$
$$y^3=x-4$$
$$y=\sqrt[3]{x-4}$$
$$f^{-1}(x)=\begin{cases} \sqrt[3]{x-4} \ ; & \underbrace{x\geq 5}_{R_{f(x)}} \\ \dfrac{x+1}{4} \ ; & \underbrace{x\leq -1}_{R_{f(x)}} \end{cases}$$
$$4x-1=y$$
$$4y=x+1$$
$$y=\frac{x+1}{4}$$

9

$$f(x)=x^2-\frac{(x+1)^3}{(x+3)} \Rightarrow \frac{x^2(x+3)}{x+3}-\frac{(x+1)^3}{x+3}=\frac{x^3+\cancel{3x^2}-x^3-1-\cancel{3x^2}-3x}{x+3}$$
$$y=\frac{-3x-1}{x+3} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{-3x-1}{x+3}=\frac{-6x-2}{2x+6} \rightarrow a=-6,\ b=-2,\ d=6$$
$$f^{-1}(-2)=\frac{(-6\times -2)-2}{(-2\times 2)+6}=\frac{10}{2}=5$$

10

$$f(x)=\frac{x}{x^2+1} \qquad y=\frac{x}{x^2+1} \rightarrow x=\frac{y}{y^2+1} \rightarrow xy^2+x-y=0$$
$$y=\frac{+1\pm\sqrt{1-4(x^2)}}{2x}$$
$$R_{f(x)}=\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right] \rightarrow \boxed{D_{f^{-1}(x)}=\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]}$$
$$f^{-1}(x)=\frac{+1\pm\sqrt{1-4x^2}}{2x} \ ; \ D_{f^{-1}(x)}:\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$$