

۱۹,۲۵

نام و نام خانوادگی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره کلاس نام و نام خانوادگی A

چون شیب هر دو خط برابر است پس با دامنه نسبت مستقیم دارد پس برد باید به صورت متقابل باشد: $R_f = (-\infty, 12a - 20] \cup (a^3 - 4, +\infty)$

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 4 & ; x > a \\ 12x - 20 & ; x \leq a \end{cases}$$

$$\rightarrow 12a - 20 \leq a^3 - 4 \rightarrow a^3 - 12a + 14 \geq 0$$

a	-4	2
	-	+

$$\rightarrow a \in [-4, +\infty)$$

$$f^{-1}(2) = 4 \rightarrow f(4) = 2 \rightarrow 12 + k = 2 \rightarrow k = -10 \rightarrow f(x) = 3x - 10$$

الف) $f(7) = 11$

ب) $f(f(x)) = f(3x - 10) = 9x - 40$

$$f^{-1}(2a) = a \rightarrow f(a) = 2a \rightarrow 2a = \frac{a^2}{a-1}$$

$$\rightarrow 2a^2 - 2a = a^2 \rightarrow a^2 - 2a = 0$$

$a = 0$ نمی تواند باشد زیرا در این صورت $f(a) = 0$ می شود و وارون پذیر نخواهد بود.

الف) $f \circ f^{-1} = \{(5, 5), (7, 7), (2, 2), (4, 4)\}$

ب) $f^{-1} \circ f = \{(3, 3), (4, 4), (7, 7), (9, 9)\}$

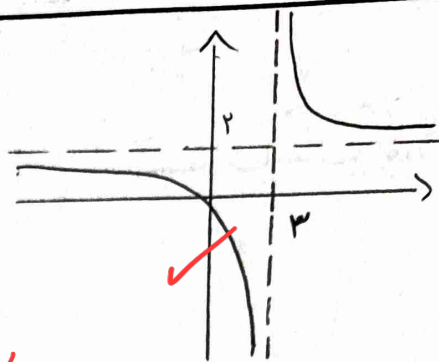
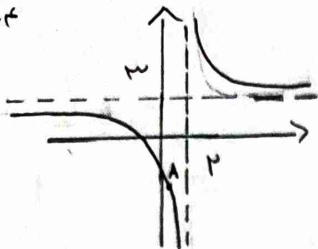
ج) $f \circ g^{-1} = \{(2, 5), (5, 4)\}$

د) $g^{-1} \circ f = \{(3, 9), (7, 3), (9, 8)\}$

$$f \circ g^{-1} = \{(1, 4), (3, 8), (5, 0)\}$$

$$\rightarrow \frac{h}{f \circ g^{-1}} = \{(1, \frac{2}{3}), (3, \frac{4}{3}), (5, \frac{1}{0})\} \Rightarrow \frac{h}{f \circ g^{-1}} = \{(1, \frac{1}{3}), (3, \frac{1}{3})\}$$

A|1



6

تابع یک به یک است $x = \frac{ry+1}{y-r} \rightarrow y = \frac{rx+1}{x-r}$ ✓

$\frac{1}{-r} \quad | \quad \frac{r}{r} \quad | \quad \frac{r}{r}$ $\rightarrow D_x \in [1, r] \rightarrow a=1, b=r$

تابع یک به یک $x = \frac{ry-r}{y-r} \rightarrow y = \frac{x+r}{r}$ $-r < a < r$

7

$x \geq 1 \rightarrow x^r + r = [\omega, +\infty)$
 $x \leq 0 \rightarrow rx - 1 = (-\infty, -1]$ } $f(x) = (-\infty, -1] \cup [\omega, +\infty) \rightarrow$ تابع یک به یک است

$f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt[r]{x-r} & x \geq \omega \\ \frac{x+1}{r} & x \leq -1 \end{cases}$ ✓

8

$f(x) = \frac{x^r + rx^r - x^r - 1 - rx^r - rx}{x+r} = \frac{-rx-1}{x+r}$

تابع یک به یک $x = \frac{-ry-1}{y+r} \rightarrow y = \frac{-rx+1}{x+r} = \frac{-4x-2}{rx+4} \rightarrow a=-4, b=-2, d=4$ ✓
 $f^{-1}(-2) = \omega$ ✓

9

$y = \frac{x}{x^r+1}$ معکوس $x = \frac{y}{y^r+1} \rightarrow xy^r - y + x = 0$

$\rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x^r}}{2x} \rightarrow 1 - 4x^r > 0 \rightarrow x^r < \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{r} > x > -\frac{1}{r}, x \neq 0$ ✓

$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{1 + \sqrt{1-4x^r}}{2x} & \frac{1}{r} > x > 0 \\ \frac{1 - \sqrt{1-4x^r}}{2x} & -\frac{1}{r} < x < 0 \end{cases}$

چون x و y هم علامتند پس فقط $(+)$ قابل قبول است

10