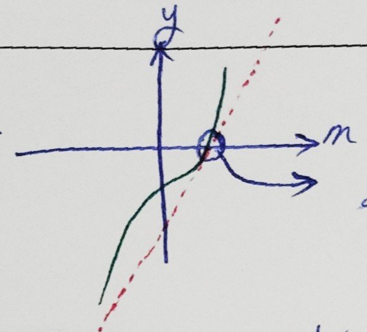
نام و نام خانوادگی ...محمدحسین ابوالفضلی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..11.. کلاس ..یازدهم ریاضی A..

۱

$f(x) = \begin{cases} x^3 - 4 \; ; \; x > a \\ 12x - 20 \; ; \; x \leq a \end{cases}$ رسم شکل ضابطه ⟶



نقطه تلاقی دو خط $= x^3 - 4 = 12x - 20$

⟶ $x = 2$

*اگر بخواهیم این تابع یک به یک باشد باید ضابطه بندی خود را از نقطه تلاقی دو خط انجام دهیم پس ⟵ $a = 2$ *

۲

$f(x) = 3x + k$

$f^{-1}(2) = 4$ ⟶ (جابجا کردن x و y) $f(x) = 3x + k \xrightarrow{(4,2)} f(4) = 3(4) + k = 2 \longrightarrow \boxed{k = -10}$

الف) $f(7) = ? \longrightarrow f(7) = 3x + k = 3x - 10 = 3(7) - 10 = 11$

ب) $f(f(x)) = ? \longrightarrow f(3x - 10) = 3(3x - 10) - 10 = 9x - 30 - 10 = 9x - 40$

۳

$f(x) = \dfrac{ax}{x-1} \xrightarrow{\text{وارون}} x = \dfrac{ay}{y-1} \longrightarrow xy - x = ay \quad ay - xy = -x$

$y(a - x) = -x \longrightarrow y = \dfrac{-x}{a-x}$

$A(2a, a)$ ⟶ روی وارون تابع $\xrightarrow{(2a,a)} \left\{ y = \dfrac{-x}{a-x} \right.$

$a = ?$

$\Longrightarrow a = \dfrac{-2a}{a - 2a} = \dfrac{-2a}{-a} = a \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} -2a = -a^2$

$\Longrightarrow -a^2 + 2a = 0 \longrightarrow a(-a + 2) \longrightarrow a \begin{cases} a = 2 \; ✓ \\ a = 0 \; ✗ \longrightarrow \end{cases}$ ق ن = ریشه خارج ⟹ $a = 2$

۴

$f = \{(3,5)(4,7)(7,2)(9,6)\} \quad , \quad g = \{(3,2)(8,6)(9,5)\}$

الف) $fof^{-1} \longrightarrow f(f^{-1}(x)) \longrightarrow \{ 3 \to 2 ,\; 4 \to ✗ ,\; 7 \to ✗ ,\; 9 \to 5 \} \longrightarrow fof^{-1} = \{(5,2)(6,5)\}$

ب) $f^{-1}of = f^{-1}(f(x)) \longrightarrow \{ 5 \to 3 ,\; 7 \to 4 ,\; 2 \to 7 ,\; 6 \to 9 \} \longrightarrow f^{-1}of = \{(3,3)(4,4)(7,7)(9,9)\}$

ج) $fog^{-1} = f(g^{-1}(x)) \longrightarrow \{ 3 \to 5 ,\; 8 \to ✗ ,\; 5 \to ✗ \} \longrightarrow f(g^{-1}(x)) = \{(2,5)\}$

د) $g^{-1}of = g^{-1}(f(x)) \longrightarrow 5, 7, 2, 6 \longrightarrow g^{-1}of = \{(3,9)(7,3)(9,8)\}$

۵

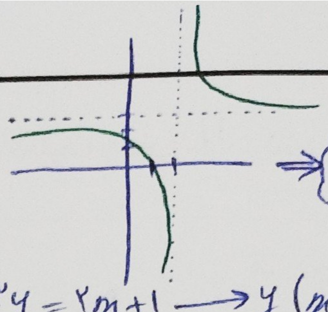
$f = \{(2,4)(4,8)(6,0)\} \quad , \quad g = \{(2,1)(4,3)(6,5)\} \quad , \quad h = \{(1,2)(3,4)(4,1)(5,1)\}$

$\dfrac{h}{fog^{-1}} = ? \longrightarrow \begin{cases} fog^{-1} = f(g^{-1}(x)) \to g^{-1} \to \{ 5 \to 6 \xrightarrow{f} 0 ,\; 3 \to 4 \xrightarrow{f} 8 ,\; 1 \to 2 \xrightarrow{f} 4 \} \Longrightarrow (5,0)(3,8)(1,4) \\ h \xrightarrow{\text{برد}} \{2, 4, 1\} \longrightarrow (1,2)(3,4)(4,1)(5,1) \qquad D_{h \cap gog^{-1}} = \{5,3,1\} \end{cases}$

$\Longrightarrow \left\{ \dfrac{2}{4} , \dfrac{4}{8} , \dfrac{1}{0} \right\} = \left\{ \dfrac{2}{4} , \dfrac{4}{8} \right\} = \left\{ \dfrac{1}{2} \right\}$ (ق ن)

۶

$y=\frac{۳x+۱}{x-۲}$ تابع هموگرافیک ⟶ $\begin{cases} \text{قائم} = \text{ریشه مخرج} = ۲ \\ \text{افقی} = \frac{c}{a} = ۳ \end{cases}$ رسم شکل ⟶



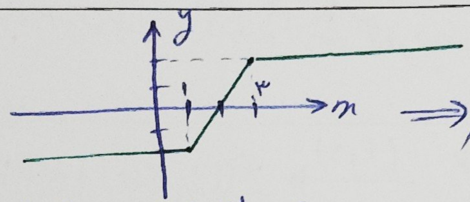
⟹ تابع وارون پذیر است

معکوس ⟶ $x=\frac{۳y+۱}{y-۲} \longrightarrow xy-۲x=۳y+۱ \longrightarrow xy-۳y=۲x+۱ \longrightarrow y(x-۳)=۲x+۱$

$\longrightarrow y=\frac{۲x+۱}{x-۳}$

۷

$f(x)=|x-۱|-|x-۳|$ رسم تابع ⟶



⟹ بازه وارون پذیر $= [۱و۳]$ ⟵ $\begin{cases} a=۱ \\ b=۳ \end{cases}$

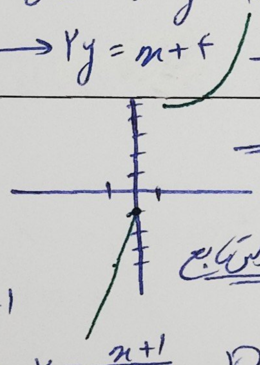
بازه $[a,b]$ ⟶ وارون پذیر

معادله خط $= y=ax+b \longrightarrow \begin{cases} m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{۲-(-۲)}{۳-۱}=\frac{۴}{۲}=۲ \\ b \longrightarrow y=۲x+b \longrightarrow (-۲)=۲(۱)+b \longrightarrow b=-۴ \end{cases}$

$y=۲x-۴$ معکوس ⟶ $x=۲y-۴ \longrightarrow ۲y=x+۴ \longrightarrow y=\frac{x+۴}{۲}=\frac{۱}{۲}x+۲$

۸

$f(x)=\begin{cases} x^۳+۴ \; ; \; x\geq ۱ \\ ۴x-۱ \; ; \; x\leq ۰ \end{cases}$



⟹ تابع وارون پذیر است ⟶ $R_y=[۵,+\infty)$

⟶ $R_y = x\leq -۱$

معکوس تابع ⟹ $\begin{cases} y=x^۳+۴ \longrightarrow x=y^۳+۴ \longrightarrow y^۳=x-۴ \\ \longrightarrow y=\sqrt[۳]{x-۴} \Longrightarrow D=x\geq ۵ \end{cases}$

$\longrightarrow \begin{cases} ۴x-۱ \longrightarrow x=۴y-۱ \\ \Rightarrow ۴y=x+۱ \longrightarrow y=\frac{x+۱}{۴} \; , \; D=x\leq -۱ \end{cases}$

معکوس تابع ⟹ $\begin{cases} y=\sqrt[۳]{x-۴} \; , \; x\geq ۵ \\ y=\frac{x+۱}{۴} \; , \; x\leq -۱ \end{cases}$

۹

$f(x)=x^۲-\frac{(x+۱)^۳}{x+۳}$ ساده کردن ⟶ $y=\frac{x^۲(x+۳)-(x+۱)^۳}{x+۳}=\frac{x^۳+۳x^۲-x^۳-۱-۳x^۲-۳x}{x+۳}=\frac{-۳x-۱}{x+۳}$

$f^{-۱}(x)=\frac{ax+b}{۲x+d}$ معکوس کردن ⟶ $x=\frac{-۳y-۱}{y+۳}$ ⟶ y تنها کردن ⟶ $xy+۳x=-۳y-۱$

$\longrightarrow (x+۳)y=-۳x-۱$ تابع معکوس ⟶ $y=\frac{-۳x-۱}{x+۳}$ برابر با ⟶ $\frac{ax+b}{۲x+d} \longrightarrow \begin{cases} a=-۳ \\ b=-۱ \\ d=+۳ \end{cases}$

$f^{-۱}(b)=?$
$(b<۰)$ ⟶ $f^{-۱}(-۱)=\frac{-۳x-۱}{x+۳}=\frac{-۳(-۱)-۱}{(-۱)+۳}=\frac{۳-۱}{۲}=۱$

۱۰

$f(x)=\frac{x}{x^۲+۱}$ معکوس ⟶ x و y جابجا کردن ⟶ $x=\frac{y}{y^۲+۱}$ طرفین وسطین ⟶ $xy^۲+x=y$

⟶ تبدیل به معادله درجه ۲ ⟶ $xy^۲-y+x=۰$ تنها کردن y به روش Δ ⟶ $y=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}$

$\Longrightarrow y=\frac{۱\pm\sqrt{۱-۴x^۲}}{۲x}$