

* اگر تابع یک به یک نباشد، y ها ممکن نیستند. $\Rightarrow m=3, n=2$

الف) $f = \{(2, n), (3, n), (m, 2), (-1, 4)\}$
 $\rightarrow m=3, n=2$
 $n^2 - n = 2 \rightarrow n^2 - n - 2 = 0 \rightarrow (n-2)(n+1) = 0 \rightarrow n=2$
 $\rightarrow (-1, 4) \rightarrow x$ تابع نیست x

ب) $f = \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (a, m-1), (a+2, n), (m, 3)\}$
 $\Rightarrow m=2, n=2, a=-1$
 $\Rightarrow (1, 2), (-1+2, n) \rightarrow n=2$

* اگر یک خط افتر نمود حاصل را در بین از یک نقطه قطع کند به عرفی از یک خط حوم (a) کمتر مساوی + باشد $a \leq +1$

چون خط $x+a$ خط $y=1$ است و اگر عرفی از یک خط $a \leq +1$ این از $+1$ بیشتر باشد خود را آن مانند خط $y=1$ قطع می‌کند

الف) $f(m) = \begin{cases} 3x-1, & x > 1 \\ x+a, & x < 1 \end{cases}$

ب) $f(m) = \begin{cases} 3x-1, & x > 1 \\ x+a-1, & x \leq 0 \end{cases}$

عرفی از یک $\Rightarrow a > 0$
 $a-1 < 2 \rightarrow a < 3$

اگر خط افتر رسم کنیم

I * خط قابل قبول است که نسبت آن $\oplus$ باشد.

II * خط قابل قبول است که عرفی از یک $\oplus$ کمتر از صفر باشد.

III * پس اشتراک این دو شرط را می‌گیریم.

IV * اشتراک $\Rightarrow (0, 1)$

$0 < a < 3$

الف) $x^3 + 2 \rightarrow y = x^3 + 2$

این تابع یک به یک است چون هیچ خط افتر این نمودار را دوبار قطع نمی‌کند.

$x = y^3 + 2 \Rightarrow y^3 = x - 2 \Rightarrow y = \sqrt[3]{x-2}$

ب) $y = x^2 - 4x + 2$

$-\frac{b}{2a} = 2$
 $(2)^2 - 4(2) + 2 = -2$

این تابع یک به یک نیست چون خط افتر نمودار آن را در بیش از یک نقطه قطع کرده است.

الف) $y = \frac{2x+1}{x-2}$

طریق کسر این نمودار تابع یک به یک است.

$\begin{cases} \text{مخرج} = 2 \\ \text{مخرج} = 3 \end{cases}$

$\rightarrow x = \frac{2y+1}{y-2} \rightarrow y = -\frac{2x-1}{x-3} = \frac{2x+1}{x-3}$

ب) $y = \frac{4+2x}{x+2} = \frac{2x+4}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} = 2 \rightarrow y = 2$

این تابع یک به یک نیست، تابع ثابت $y=2$

الف) $y = \sqrt{x-3}$ تابع اول است

مکس: $x = \sqrt{y-3} \rightarrow x^2 = y-3$

مین: $y = x^2 + 3$

ب) $y = x^2 - 4x + 3, x \in [2, \infty)$

$\rightarrow \text{ext} / -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$ تابع اول است

$y = (2)^2 - 4(2) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$

مکس: $y = (x-2)^2 - 1$

مین: $x = (y+1)^2 - 1 \rightarrow (y+1)^2 = x+1$

$y+1 = \sqrt{x+1} \rightarrow y = \sqrt{x+1} - 1$ تابع اول است

$f(x) = x + \sqrt{x} \quad x \in (0, \infty)$

$f^{-1}(x) = ax + b - \sqrt{x-c}$

$a+2b+c=5$

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}}$ تابع اول است

$y = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-2} = \frac{x_2^2}{x_2^2-2} \Rightarrow x_1^2(x_2^2-2) = x_2^2(x_1^2-2) \Rightarrow x_1^2 x_2^2 - 2x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 2x_2^2 \Rightarrow x_1^2 = x_2^2 \Rightarrow x_1 = \pm x_2$

$\Rightarrow x_1 = \pm x_2$ تابع اول است

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \Rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2-2}$

$\Rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2-2} \rightarrow y^2 = -\frac{2x^2}{x^2-1} = \frac{2x^2}{1-x^2}$

$y = \sqrt{\frac{2x^2}{1-x^2}} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{1-x^2}}$

$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|} \xrightarrow{\text{مکس}} (f^{-1})^{-1} = f \rightarrow f(x) = \frac{x}{1+|x|} \rightarrow x = \frac{y}{1+|y|}$

$g(x) = \sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{مکس}} y = \sqrt{x-1} \rightarrow x = \sqrt{y-1} \rightarrow \sqrt{y} = x+1 \rightarrow y = (x+1)^2 \rightarrow g^{-1}(x)$

$f(-\frac{1}{5}) + g^{-1}(\frac{1}{5}) = ?$

$\Rightarrow f(-\frac{1}{5}) + g^{-1}(-\frac{1}{5}) = (-\frac{1}{5} + 1)^2 = (\frac{4}{5})^2 = \frac{16}{25}$

$\Rightarrow f(-\frac{1}{5}) \rightarrow R_f = ? \rightarrow R_f = D_{f^{-1}} \rightarrow \frac{x}{1+|x|} = -\frac{1}{5} \rightarrow x = -\frac{1}{6} \rightarrow R_f, D_{f^{-1}}$

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} \xrightarrow{\text{مکس}} f(x) = \sqrt[3]{x-1} \rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} \rightarrow x^3 = y-1 \rightarrow y = x^3 + 1$

$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} \rightarrow g(x) = x^3 + 1 + \sqrt{x^3 + 1}$

$g^{-1}(12) = ?$

$\rightarrow g(x) = 12 = x^3 + 1 + \sqrt{x^3 + 1} \rightarrow x^3 + \sqrt{x^3 + 1} = 11$

$\Rightarrow x = 2$

$g^{-1}(12) = 2$