پارسا جهانگیری — یازدهم تجربی A

۱- $A\times B - B^2 = ?$ $\quad A=\{1,2,3\} \quad B=\{2,3\}$

$A\times B=\{(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$

$B^2=B\times B=\{(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$ $\Rightarrow \boxed{A\times B-B^2=\{(1,2),(1,3)\}}$

۲- الف) $f(x)=\{(3,m^2),(2,1),(-3,m),(-3,m),(3,m+2),(m,4)\}$

$3=3 \Rightarrow m^2=m+2 \Rightarrow m^2-m-2=0$ $\begin{cases} m=-1 & \text{ق ق} \\ m=2 \to (2,1),(2,4) \to \begin{matrix}2=2\\1\neq4\end{matrix} \Rightarrow \text{غ ق ق}\end{cases}$

$\boxed{m=-1}$

ب) $g(x)=\{(3,m^2),(2,1),(m,4),(3,m+2),(-2,m),(-1,3)\}$

$3=3 \Rightarrow m^2=m+2 \Rightarrow m^2-m-2=0$ $\begin{cases} m=-1 \to (-1,4),(-1,3) \to \begin{matrix}-1=-1\\3\neq4\end{matrix} \Rightarrow \text{غ ق ق} \\ m=2 \to (2,1),(2,4) \to \begin{matrix}2=2\\1\neq4\end{matrix} \Rightarrow \text{غ ق ق}\end{cases}$

به ازای هیچ مقدار حقیقی m، تابع نیست

۳- $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & ; x\leq 1 \xrightarrow{x=1} f(x)=0 \\ ax+b & ; 1\leq x\leq 2 \xrightarrow{x=1} f(x)=a+b \\ x^2 & ; x\geq 2 \end{cases}$ $\xRightarrow{\text{عبارت تابع است}} a+b=0 \ (I)$

$\xrightarrow{x=2} f(x)=2a+b$, $\quad \xrightarrow{x=2} f(x)=8$ $\Rightarrow 2a+b=8 \ (II)$

$\xRightarrow{(I),(II)} \begin{cases} a+b=0 \\ 2a+b=8 \end{cases}$

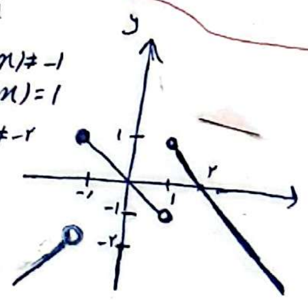
$a=8, b=-8 \Rightarrow a\times b=(8)\times(-8)=\boxed{-64}$

۴- $f(x)=\begin{cases} 2x-3 & ; x\geq k \xrightarrow{x=k} f(x)=2k-3 \\ 4-3x & ; x\leq k \xrightarrow{x=k} f(x)=-3k+4 \end{cases}$ $\xRightarrow{\text{عبارت تابع است}} 2k-3=-3k+4$

$\Rightarrow 5k=7 \Rightarrow \boxed{k=\frac{7}{5}}$

۵- $f(x)=\begin{cases} -x+2 & ; x>1 \xrightarrow{x=1} f(x)\neq 1 \\ -x & ; -1\leq x<1 \xrightarrow{x=1} f(x)\neq -1, \ \xrightarrow{x=-1} f(x)=1 \\ x-1 & ; x<-1 \xrightarrow{x=-1} f(x)\neq -2 \end{cases}$

برای مشخص کردن شکل، نقاط ابتدا و انتهای تابع در آن دامنه را به آن دادیم.



$D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

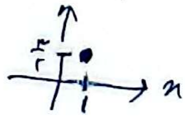
$R_f=(-\infty,1]$

۶- الف) $2y^3+x^2+1=0 \Rightarrow y^3=-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}$

$\xRightarrow{x_1=x_2} y_1^3=y_2^3 \Rightarrow y_1=y_2 \Rightarrow$ عبارت تابع می‌باشد

ب) $(x^2-2x+1)+(4y^2-12y+9)=0 \Rightarrow (x-1)^2+(2y-3)^2=0$

جمع دو عبارت نامنفی صفر شده پس هر دو برابر صفر هستند $\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2y-3=0 \Rightarrow y=\frac{3}{2} \end{cases}$ $\quad (1,\frac{3}{2})$



عبارت تابع است

پارسا جهانگیری   یازدهم ریاضی A

۷-

الف) $x\sin y = y\sin x \xrightarrow{x=0} (0)\sin y = y(0) \to$ y هر مقدار حقیقی می‌تواند باشد پس به‌ازای $x=0$ عبارت بی‌شمار y محاسبه می‌شود ⇐ تابع نیست

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=2 \xrightarrow{()^2} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}+2=4 \Rightarrow \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=2 \Rightarrow \frac{x^2+y^2}{xy}=2$

$\Rightarrow x^2+y^2=2xy \Rightarrow x^2-2xy+y^2=0 \Rightarrow (x-y)^2=0 \Rightarrow x=y \to$ تابع است.

۸-

الف) $y=\sqrt{\frac{x-1}{x-3}}+\sqrt{\frac{2-x}{x}}$

$\frac{x-1}{x-3}\ge 0$ $\begin{array}{ccccc} & 1 & & 3 & \\ + & 0 & - & \nexists & + \end{array} \to (-\infty,1]\cup(3,+\infty)$

$\frac{2-x}{x}\ge 0$ $\begin{array}{ccccc} & 0 & & 2 & \\ - & \nexists & + & 0 & - \end{array} \to (0,2]$

$\xRightarrow{\cap} D_f=(0,1]$

ب) $\sqrt{x}+\sqrt{y-1}=\sqrt{3} \Rightarrow \underbrace{\sqrt{y-1}}_{\oplus}=\underbrace{\sqrt{3}-\sqrt{x}}_{\oplus}$ $x\ge 0$ (I)

$\sqrt{3}-\sqrt{x}\ge 0 \Rightarrow \sqrt{x}\le\sqrt{3} \Rightarrow x\le 3$ (II)

$(I)\cap(II) \Rightarrow D_f=[0,3]$

۹-

الف) $y=\frac{\sqrt{x^2-7x+6}}{\sqrt{x^2-10x+16}}$

$x^2-7x+6\ge 0 \Rightarrow (x-6)(x-1)\ge 0$ $\begin{array}{ccccc} & 1 & & 6 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array} \to (-\infty,1]\cup[6,+\infty)$ (I)

$x^2-10x+16>0 \Rightarrow (x-8)(x-2)>0$ چون در مخرج $\begin{array}{ccccc} & 2 & & 8 & \\ + & \nexists & - & \nexists & + \end{array} \to (-\infty,2)\cup(8,+\infty)$ (II)

$(I)\cap(II) \Rightarrow \boxed{D_f=(-\infty,1]\cup(8,+\infty)}$

ب) $y=\sqrt{\frac{x^2-7x+6}{x^2-10x+16}} \Rightarrow \frac{x^2-7x+6}{x^2-10x+16}\ge 0 \Rightarrow \frac{(x-1)(x-6)}{(x-2)(x-8)}\ge 0$

$\begin{array}{ccccccccc} & 1 & & 2 & & 6 & & 8 & \\ + & 0 & - & \nexists & + & 0 & - & \nexists & + \end{array} \to \boxed{D_f=(-\infty,1]\cup(2,6]\cup(8,+\infty)}$

۱۰-

الف) $y=\frac{\sqrt{2x^2-5x+3}}{\sqrt{3x^2-7x+4}} \to 2x^2-5x+3\ge 0 \Rightarrow (2x-3)(x-1)\ge 0$

$\begin{array}{ccccc} & 1 & & \frac{3}{2} & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array} \to (-\infty,1]\cup[\frac{3}{2},+\infty)$ (I)

$3x^2-7x+4>0 \Rightarrow (3x-4)(x-1)>0$

مخرج است پس جا لحاظ کردم $\begin{array}{ccccc} & 1 & & \frac{4}{3} & \\ + & \nexists & - & \nexists & + \end{array} \to (-\infty,1)\cup(\frac{4}{3},+\infty)$ (II)

$(I)\cap(II) \Rightarrow \boxed{D_f=(-\infty,1)\cup[\frac{3}{2},+\infty)}$

ب) $y=\sqrt{\frac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}} \Rightarrow \frac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}\ge 0 \Rightarrow \frac{(2x-3)(x-1)}{(3x-4)(x-1)}\ge 0$

$\begin{array}{ccccccc} & 1^* & & \frac{4}{3} & & \frac{3}{2} & \\ + & \nexists & + & \nexists & - & 0 & + \end{array} \to \boxed{D_f=[\frac{3}{2},+\infty)\cup(-\infty,1)\cup(1,\frac{4}{3})}$