

19. $A \times B - B^2 = P$

$A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 3\}$

1- (2)

$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$
 $B^2 = B \times B = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$
 $\Rightarrow A \times B - B^2 = \{(1, 2), (1, 3)\}$ ✓

الف) $f(x) = \{(3, m^2), (2, 1), (-3, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$

2- (2)

$3=3 \Rightarrow m^2=m+2 \Rightarrow m^2-m-2=0$ ✓ $m=-1$ ✓
 $m=2 \rightarrow (2, 1) \text{ و } (2, 4) \rightarrow \begin{matrix} 2=2 \\ 1 \neq 4 \end{matrix} \Rightarrow$ غلط ✓

ب) $g(x) = \{(3, m^2), (2, 1), (m, 4), (3, m+2), (-2, m), (-1, 3)\}$

$3=3 \Rightarrow m^2=m+2 \Rightarrow m^2-m-2=0$ ✓ $m=-1 \rightarrow (-1, 4) \text{ و } (-1, 3) \rightarrow \begin{matrix} -1 \neq -1 \\ 4 \neq 3 \end{matrix} \Rightarrow$ غلط ✓
 $m=2 \rightarrow (2, 1) \text{ و } (2, 4) \rightarrow \begin{matrix} 2=2 \\ 1 \neq 4 \end{matrix} \Rightarrow$ غلط ✓

به ازای هیچ مقدار حقیقی m تابع نیست ✓

$f(x) = \begin{cases} x^2-1 & ; x \leq 1 \\ ax+b & ; 1 < x \leq 2 \\ x^2 & ; x > 2 \end{cases} \xrightarrow{x=1} f(x)=0$ عبارت
 $\xrightarrow{x=2} f(x)=a+b$ تابع است $\Rightarrow a+b=0$ (I)
 $\xrightarrow{x=2} f(x)=4$ $\Rightarrow 2a+b=4$ (II)

3- (2)

$a+b=0$
 $2a+b=4$
 $a=1, b=-1 \Rightarrow a \times b = (1) \times (-1) = -1$ ✓

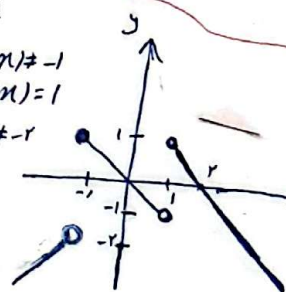
$f(x) = \begin{cases} 2x-3 & ; x > k \\ 5-3x & ; x \leq k \end{cases} \xrightarrow{x=k} f(x)=2k-3$ عبارت
 $\xrightarrow{x=k} f(x)=5-3k$ تابع است $\Rightarrow 2k-3=5-3k \Rightarrow 5k=8 \Rightarrow k=\frac{8}{5}$ ✓

4- (2)

$f(x) = \begin{cases} -x+2 & ; x > 1 \\ -x & ; -1 \leq x \leq 1 \\ x-1 & ; x < -1 \end{cases} \xrightarrow{x=1} f(x) \neq 1$
 $\xrightarrow{x=-1} f(x) \neq -1$
 $\xrightarrow{x=-1} f(x) \neq -2$

5- (2)

برای مشخص کردن شکل نقاط ابتدا انتهای تابع در آن دامنه را بر آن داریم.



$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$
 $R_f = (-\infty, 1]$

الف) $2y^2 + x^2 + 1 = 0 \Rightarrow y^2 = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$
 $x_1 = x_2 \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow$ عبارت تابع می باشد ✓

6- (2)

ب) $(x^2 - 2x + 1) + (4y^2 - 12y + 9) = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (2y-3)^2 = 0$

7- (2)

جمع دو عبارت نامتشابه شده پس هر دو برابر صفر هستند

$\begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2y-3=0 \Rightarrow y=\frac{3}{2} \end{cases} \quad (\frac{1}{2})$



عبارت تابع است ✓

الف) $x \sin y = y \sin x \xrightarrow{x=0} 0 \sin y = y(0) \rightarrow y \sin 0 = y(0) \rightarrow y=0$ ✓ ۲
 با شرط $x=0$ عبارت بی شمار y معادله می شود تا ناممکن است

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2 \xrightarrow{(\cdot)^2} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2 = 4 \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x^2+y^2}{xy} = 2$
 $\Rightarrow x^2+y^2=2xy \Rightarrow x^2-2xy+y^2=0 \Rightarrow (x-y)^2=0 \Rightarrow x=y \rightarrow$ صحیح است. ✓

الف) $y = \sqrt{\frac{x-1}{2-x}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}}$ ۲ ۲ -∧
 $\frac{x-1}{2-x} \geq 0 \rightarrow \frac{1}{x-2} \rightarrow (-\infty, 1] \cup (2, +\infty)$
 $\frac{2-x}{x} \geq 0 \rightarrow \frac{0}{x-2} \rightarrow (0, 2]$
 $D_f = (0, 1]$ ✓

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{y-1} = \sqrt{3} - \sqrt{x}$
 $(I) \cap (II) \Rightarrow D_f = [0, 3]$ ✓
 $\sqrt{3} - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \leq \sqrt{3} \Rightarrow x \leq 3$ (II)

الف) $y = \frac{\sqrt{x^2-2x+5}}{\sqrt{x^2-10x+16}}$ ۹
 $x^2-2x+5 \geq 0 \Rightarrow (x-1)(x-1) \geq 0 \rightarrow \frac{1}{x-2} \rightarrow (-\infty, 1] \cup (2, +\infty)$ (I)
 $x^2-10x+16 \geq 0 \Rightarrow (x-2)(x-8) \geq 0 \rightarrow \frac{2}{x-8} \rightarrow (-\infty, 2] \cup (8, +\infty)$ (II)
 $-9x+14 > 0 \Rightarrow x < \frac{14}{9} \rightarrow D = (-\infty, 1]$ ۱۲۵

ب) $y = \frac{\sqrt{x^2-2x+5}}{\sqrt{x^2-10x+16}} \Rightarrow \frac{x^2-2x+5}{x^2-10x+16} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)(x-1)}{(x-2)(x-8)} \geq 0$
 $\frac{1}{x-2} \rightarrow (-\infty, 1] \cup (2, +\infty)$ ✓

الف) $y = \frac{\sqrt{2x^2-8x+7}}{\sqrt{3x^2-2x+4}}$ ۲ ۲ -۱۰
 $2x^2-8x+7 \geq 0 \Rightarrow (2x-1)(x-1) \geq 0 \rightarrow \frac{1}{x-2} \rightarrow (-\infty, 1] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$ (I)
 $3x^2-2x+4 \geq 0 \Rightarrow (3x-1)(x-1) \geq 0 \rightarrow \frac{1}{x-2} \rightarrow (-\infty, 1] \cup [\frac{1}{3}, +\infty)$ (II)
 $(I) \cap (II) \Rightarrow D_f = (-\infty, 1] \cup [\frac{1}{3}, +\infty)$ ✓

ب) $y = \frac{\sqrt{2x^2-8x+7}}{\sqrt{3x^2-2x+4}} \Rightarrow \frac{2x^2-8x+7}{3x^2-2x+4} \geq 0 \Rightarrow \frac{(2x-1)(x-1)}{(3x-1)(x-1)} \geq 0$
 $\frac{1}{x-2} \rightarrow (-\infty, 1] \cup [\frac{1}{3}, +\infty)$ ✓